CAPITOLO

8

Il corpo rigido e le macchine semplici

Una porta si apre con un dito, se spingi lontano dai cardini: in questo gesto c'è tutta la fisica delle leve. — testo della redazione

OBIETTIVI

1. Riconoscere quando un corpo va descritto come corpo rigido e perché per il suo equilibrio non basta la risultante nulla.
2. Calcolare il braccio e il momento di una forza, con il segno, anche per forze inclinate di 30°, 45° e 60°.
3. Scrivere e usare le due condizioni di equilibrio del corpo rigido, scegliendo il polo in modo conveniente.
4. Classificare le leve e applicare la legge della leva, conoscendo il modo in cui Archimede la dimostrò.
5. Calcolare la forza necessaria con carrucole mobili e paranchi ideali, e spiegare che cosa si perde in cambio.
6. Trovare il baricentro di un corpo e distinguere equilibrio stabile, instabile e indifferente.

INDICE DEL CAPITOLO

8.1 Il corpo rigido e il momento di una forza 2
8.2 L'equilibrio del corpo rigido 5
8.3 Le leve 7
8.4 Carrucole e paranchi 13
8.5 Il baricentro e la stabilità 14

Fisica 3 · Parte III · L'equilibrio · versione 1.0
Capitolo 8: Il corpo rigido e le macchine semplici · pagine 195–218 del volume completo · estratto per lo studio

Per aprire una porta pesante la spingi vicino alla maniglia, non ai cardini; per svitare un bullone bloccato prendi una chiave dal manico lungo; per sollevare un masso fai leva con una sbarra. Conta non soltanto **quanto** spingi, ma anche **dove**. Per un punto materiale la domanda «dove?» non ha senso; una porta, una chiave, una sbarra invece hanno un'estensione, e le forze possono farle **ruotare**.

Questo capitolo introduce il *momento*, che misura la capacità di una forza di far ruotare un corpo, e lo usa per scrivere l'equilibrio di un corpo esteso. Rileggeremo poi la leva, che Archimede trattò come un teorema di geometria, e la carrucola; chiuderemo con il baricentro e con una domanda che riguarda torri, sedie e il nostro corpo: quando un corpo in equilibrio, spostato di poco, torna al suo posto, e quando cade?

8.1 Il corpo rigido e il momento di una forza

8.1.1 Dal punto materiale al corpo rigido

Per una porta che gira sui cardini le dimensioni contano: i punti vicini ai cardini descrivono archi piccoli, quelli vicini alla maniglia archi grandi. Ci serve il modello del corpo rigido, che hai incontrato nel capitolo 1: un corpo esteso che non si deforma, in cui la distanza fra due punti qualsiasi resta sempre la stessa. È un'idealizzazione (una trave carica si flette, anche se di pochissimo), valida finché le deformazioni sono trascurabili.

Un corpo rigido può muoversi in due modi fondamentali. Nella **traslazione** tutti i suoi punti si spostano nello stesso modo, lungo segmenti paralleli e uguali, come un cassetto che si apre; nella **rotazione** descrivono archi di circonferenza attorno a un asse, come la porta attorno ai cardini. Ogni altro moto, per esempio quello di un libro che scivola sul tavolo e intanto gira, è una combinazione dei due.

8.1.2 Perché la risultante nulla non basta

Per un punto materiale basta che la risultante delle forze sia nulla; per un corpo rigido no. Spingi il volante di un'auto con la mano destra verso il basso e con la sinistra verso l'alto, con forze uguali: la risultante è zero, eppure il volante gira. Due forze di uguale modulo, stessa direzione e verso opposto, che **non agiscono sulla stessa retta**, formano una **coppia di forze**: non spostano il corpo, ma lo fanno ruotare. Serve quindi una grandezza nuova, che misuri la tendenza di una forza a far ruotare.

8.1.3 Retta d'azione e braccio

Fissiamo un punto O, il **polo**, rispetto al quale guardiamo le rotazioni: spesso coincide con un asse reale (i cardini, il centro del bullone, il fulcro di una leva). La **retta d'azione** di una forza passa per il suo punto di applicazione e ha la direzione della forza. Il **braccio** b della forza rispetto a O è la **distanza di O dalla retta d'azione** (Figura 8.1). Una forza fa ruotare tanto più facilmente quanto più è intensa e quanto più è lungo il suo braccio; una porta spinta «di taglio», verso i cardini, non si muove, perché il braccio è zero.

8.1.4 Il momento di una forza

Il **momento di una forza** rispetto al polo O è il prodotto del modulo della forza per il suo braccio:

$$M = F \cdot b$$

Nel SI il momento si misura in **newton per metro** (N·m): 50 N con un braccio di 0,30 m danno 15 N·m, con un braccio di 0,60 m il doppio. Il momento è nullo se la retta d'azione passa per il polo.

Il momento ha anche un **segno**, che dice in quale verso la forza tende a far ruotare il corpo. In questo libro adottiamo la convenzione più diffusa: **il momento è positivo se la forza tende a far ruotare il corpo in verso antiorario, negativo se in verso orario**, guardando la figura così come è disegnata. Quando su un corpo agiscono più forze, il **momento risultante** rispetto a un polo è la somma algebrica dei loro momenti, ciascuno con il suo segno.

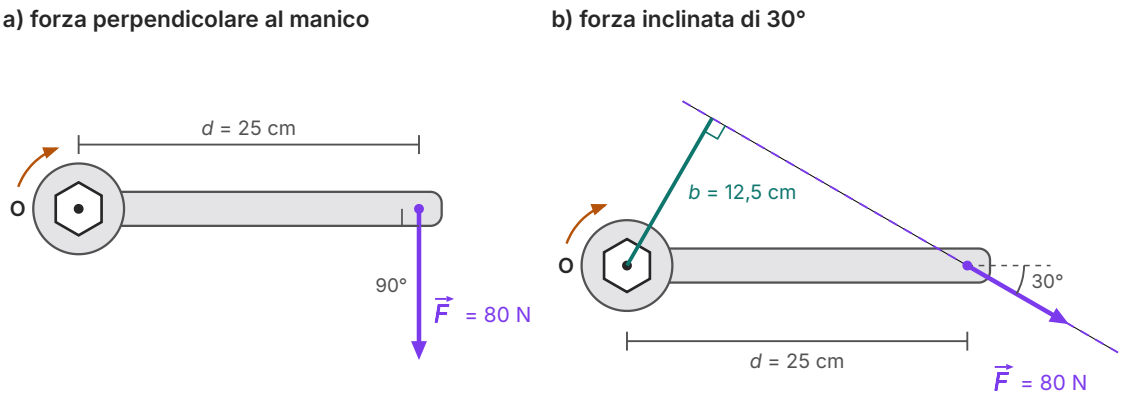


Figura 8.1 Momento di una forza su una chiave inglese, con polo O nel centro del bullone e forza di 80 N applicata a 25 cm da O. a) Forza perpendicolare al manico: il braccio coincide con la distanza d = 25 cm. b) Forza inclinata di 30° sul manico: il braccio b è la distanza di O dalla retta d'azione (tratteggiata) ed è il cateto opposto all'angolo di 30° di un triangolo rettangolo con ipotenusa d: $b = d/2$ = 12,5 cm. Nei due casi la forza fa ruotare la chiave in verso orario.

Se la forza è perpendicolare alla congiungente fra il polo e il punto di applicazione, come nella Figura 8.1, a, il braccio coincide con la distanza d del punto di applicazione da O; se è inclinata, il braccio è più corto. Nella Figura 8.1, b il polo O, il punto di applicazione e il piede della perpendicolare formano un triangolo rettangolo di ipotenusa d, e il braccio è il cateto **opposto** all'angolo di 30°, che nel triangolo notevole 30°-60°-90° del capitolo 5 vale metà dell'ipotenusa. Con 45° il braccio sarebbe $(\sqrt{2}/2)d \approx 0{,}707\ d$; con 60°, $(\sqrt{3}/2)d \approx 0{,}866\ d$.

ERRORE FREQUENTE

«Il braccio è la distanza fra il polo e il punto in cui è applicata la forza»: **falso**, in generale. Il braccio è la distanza fra il polo e la **retta d'azione** della forza. Le due distanze coincidono solo se la forza è perpendicolare al segmento che congiunge il polo e il punto di applicazione. Spostare una forza lungo la sua retta d'azione non cambia il suo momento.

ESEMPIO SVOLTO

Svitare un bullone

Problema. Per svitare il bullone della Figura 8.1 occorre un momento di 20 N·m. a) Quale forza bisogna applicare all'estremità del manico, a 25 cm dal centro del bullone, se la si applica perpendicolarmente al manico? b) E se la si applica inclinata di 30° sul manico? c) Che momento, con il segno, dà la forza di 80 N della figura nei due casi?

Soluzione. a) Il braccio è $b = 0{,}25$ m; da $M = Fb$ si ricava $F = M/b = (20\ \text{N·m})/(0{,}25\ \text{m}) = \mathbf{80\ N}$.

b) Il braccio è il cateto opposto all'angolo di 30°: $b = 0{,}25\ \text{m}/2 = 0{,}125$ m. La forza necessaria è $F = (20\ \text{N·m})/(0{,}125\ \text{m}) = \mathbf{1{,}6 \times 10^{2}\ N}$: il doppio. Tirare di sbieco è uno spreco di fatica.

c) $M = -80\ \text{N} \times 0{,}25\ \text{m} = \mathbf{-20\ N·m}$ nel caso a, $M = -80\ \text{N} \times 0{,}125\ \text{m} = \mathbf{-10\ N·m}$ nel caso b: il segno meno indica la rotazione in verso orario. A parità di forza il momento dimezza quando il braccio dimezza.

8.1.5 Il momento di una coppia

Nel volante le due forze della coppia hanno modulo F e rette d'azione parallele a distanza d, il braccio della coppia. Rispetto al centro, che dista $d/2$ da ciascuna retta, entrambe fanno girare il volante nello stesso verso: $F{\cdot}d/2 + F{\cdot}d/2 = Fd$. Si può dimostrare che il risultato è lo stesso per qualunque polo: il momento di una coppia **non dipende dal polo** e vale

$$M = F \cdot d$$

Con forze di 12 N su un volante di 38 cm di diametro il momento è $12\ \text{N} \times 0{,}38\ \text{m} \approx 4{,}6$ N·m. Una coppia non si equilibra mai con una sola forza, che avrebbe risultante diversa da zero, ma solo con un'altra coppia di momento opposto.

8.2 L'equilibrio del corpo rigido

8.2.1 Le due condizioni

Un corpo rigido inizialmente fermo resta fermo se non comincia né a traslare né a ruotare. La prima richiesta è la stessa del punto materiale; la seconda è nuova. Il corpo rigido è in equilibrio quando sono soddisfatte **entrambe** le condizioni seguenti.

DA RICORDARE

Condizioni di equilibrio del corpo rigido. Un corpo rigido fermo resta in equilibrio se e solo se:

1) la **risultante** delle forze che agiscono su di esso è nulla: $\boldsymbol{R} = 0$ (in componenti: $R_x = 0$ e $R_y = 0$);

2) il **momento risultante** delle forze rispetto a un polo è nullo: $M_{\text{tot}} = 0$.

Se la prima condizione è soddisfatta, la seconda vale rispetto a **qualsiasi** polo: il polo si può quindi scegliere come conviene.

L'ultima osservazione è lo strumento più potente del capitolo. Una forza la cui retta d'azione passa per il polo ha momento zero: se mettiamo il polo nel punto di applicazione di una forza incognita, l'equazione dei momenti non la contiene e possiamo ricavare le altre.

8.2.2 Il peso di un corpo esteso

Il peso agisce su ogni parte di un corpo esteso. Lo vedremo con precisione alla fine del capitolo; per ora basta questo: per calcolarne il momento, si può pensare il peso di tutto il corpo applicato in un solo punto, il *baricentro*, che per un'asta uniforme è il suo punto medio.

8.2.3 Un'asse su due appoggi

Un'asse lunga 4,0 m, di massa 20 kg, poggia con le estremità su due cavalletti A e B; a 1,0 m da A c'è una cassa di 60 kg (Figura 8.2). Sull'asse agiscono il peso dell'asse, $P_t = 20\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{N/kg} = 196\ \text{N}$, applicato al centro (2,0 m da A); la forza della cassa, uguale al suo peso, $P_c = 60\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{N/kg} = 588\ \text{N}$, a 1,0 m da A; le reazioni dei cavalletti N_A e N_B, verso l'alto, incognite.

Scegliamo il polo in A: il momento di N_A è zero e nell'equazione dei momenti resta una sola incognita. N_B fa ruotare l'asse attorno ad A in verso antiorario (momento positivo); i due pesi in verso orario (momenti negativi):

$$N_B \cdot 4{,}0\ \text{m} - 196\ \text{N} \cdot 2{,}0\ \text{m} - 588\ \text{N} \cdot 1{,}0\ \text{m} = 0 \quad \Rightarrow \quad N_B = \frac{980\ \text{N·m}}{4{,}0\ \text{m}} = 245\ \text{N}$$

La condizione sulla risultante dà l'altra reazione: $N_A + N_B = 196\ \text{N} + 588\ \text{N} = 784\ \text{N}$, quindi $N_A = 784\ \text{N} - 245\ \text{N} = 539\ \text{N}$. Arrotondati a due cifre significative, $N_A \approx 5{,}4 \times 10^2\ \text{N}$ e $N_B \approx 2{,}5 \times 10^2\ \text{N}$: il cavalletto più vicino alla cassa regge di più. **Controllo** con il polo in B: $N_A \cdot 4{,}0\ \text{m} = 196\ \text{N} \cdot 2{,}0\ \text{m} + 588\ \text{N} \cdot 3{,}0\ \text{m} = 2156\ \text{N·m}$, da cui $N_A = 539\ \text{N}$.

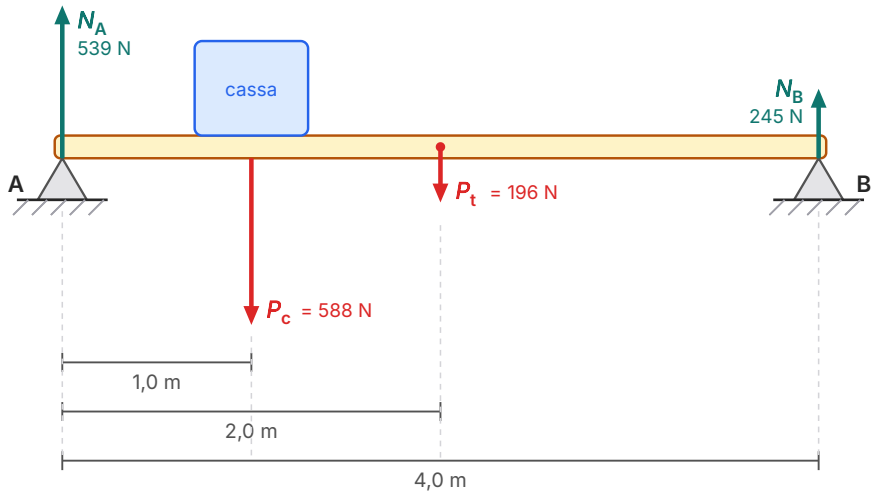


Figura 8.2 Un'asse di 4,0 m e 20 kg su due appoggi, con una cassa di 60 kg a 1,0 m da A. Le frecce delle forze sono in scala: N_A = 539 N e N_B = 245 N, la cui somma è uguale ai due pesi, 196 N + 588 N = 784 N. I bracci rispetto ad A sono indicati sotto l'asse.

Il metodo vale per travi, mensole e scale: 1) disegna il diagramma di corpo libero del capitolo 7, ora con i punti di applicazione delle forze; 2) scegli il polo nel punto di applicazione di un'incognita; 3) scrivi l'equazione dei momenti con i segni; 4) scrivi le equazioni della risultante; 5) risolvi e controlla con un secondo polo.

8.3 Le leve

8.3.1 Fulcro, forza motrice e forza resistente

Una **macchina semplice** è un dispositivo che permette di equilibrare o vincere una forza, detta resistenza, con un'altra forza, applicata in un punto diverso e spesso con intensità o direzione diversa. Le più antiche sono la leva, la carrucola, il piano inclinato del capitolo 7, il cuneo e la vite.

Una **leva** è un corpo rigido che può ruotare attorno a un punto fisso, il **fulcro**. Su di essa agiscono la **forza motrice** F_1, quella che applichiamo, e la **forza resistente** F_2, quella da vincere; i loro bracci rispetto al fulcro sono il **braccio motore** b_1 e il **braccio resistente** b_2. Con il polo nel fulcro la reazione del fulcro ha momento zero, e la leva è in equilibrio quando

$$F_1 \cdot b_1 = F_2 \cdot b_2 \quad \text{ovvero} \quad \frac{F_1}{F_2} = \frac{b_2}{b_1}$$

Le forze sono **inversamente proporzionali** ai bracci: con un braccio motore dieci volte più lungo di quello resistente basta una forza dieci volte più piccola. Una leva si dice **vantaggiosa** se $b_1 > b_2$ (la forza motrice è minore della resistenza), **svantaggiosa** se $b_1 < b_2$, **indifferente** se i bracci sono uguali.

8.3.2 Le tre classi di leve

Le leve si classificano in base alla posizione del fulcro rispetto alle due forze (Figura 8.3).

• Nelle leve di **primo genere** il fulcro sta **fra** la forza motrice e la resistenza: l'altalena a bilico, il piede di porco, le forbici, la bilancia a due piatti. Possono essere vantaggiose, svantaggiose o indifferenti; la bilancia a bracci uguali è indifferente, ed è per questo che confronta le masse.

• Nelle leve di **secondo genere** la forza resistente sta fra il fulcro e la forza motrice: la carriola (fulcro nella ruota, carico nel cassone, mani alle stanghe), lo schiaccianoci, l'apribottiglie. Il braccio motore è sempre più lungo di quello resistente: sono **sempre vantaggiose**.

• Nelle leve di **terzo genere** la forza motrice sta fra il fulcro e la resistenza: le pinzette, la canna da pesca, il nostro avambraccio. Sono **sempre svantaggiose**: si usa una forza maggiore della resistenza in cambio di precisione o di ampiezza del movimento, perché la punta della canna percorre un arco molto più lungo della mano.

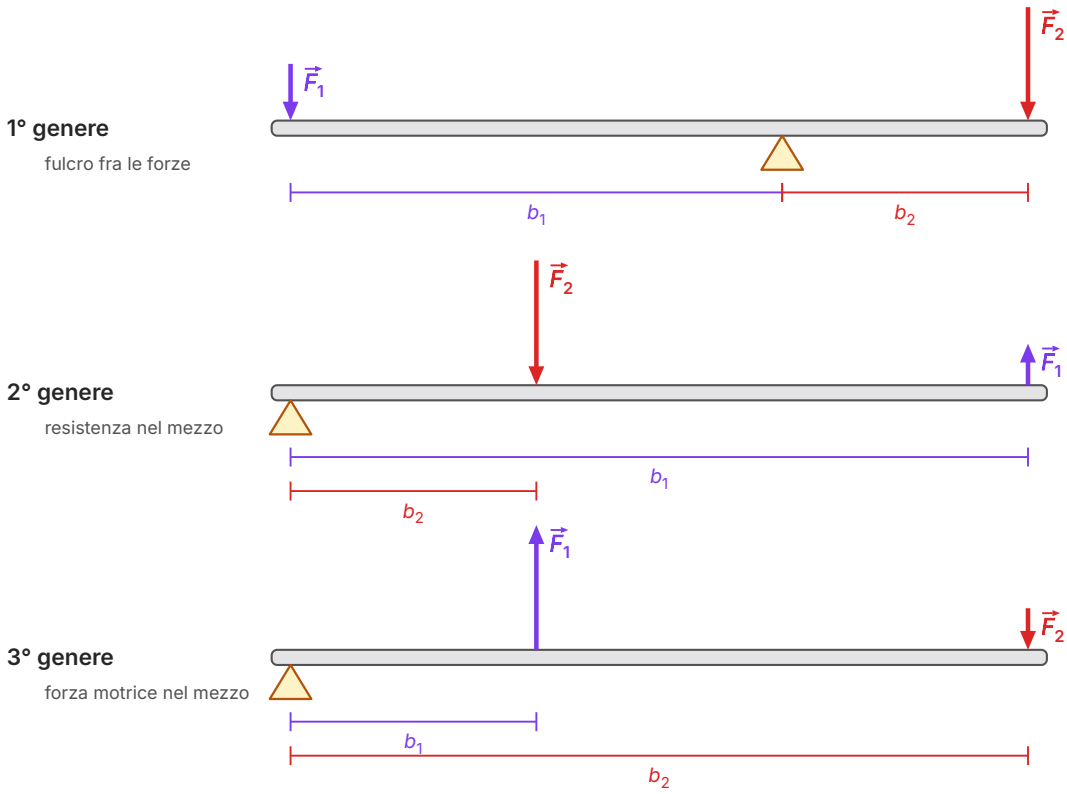


Figura 8.3 Le tre classi di leve, con fulcro (triangolo), forza motrice F_1 (viola) e forza resistente F_2 (rossa). I bracci sono in scala e le forze sono disegnate in modo che la leva sia in equilibrio: nella leva di primo genere $b_1 = 2b_2$ e $F_1 = F_2/2$; in quella di secondo genere $b_1 = 3b_2$ e $F_1 = F_2/3$; in quella di terzo genere $b_1 = b_2/3$ e $F_1 = 3F_2$.

COLLEGAMENTI

Biologia: l'avambraccio è una leva di terzo genere

Con il gomito piegato ad angolo retto l'avambraccio è una leva: il fulcro è il gomito, la resistenza è il peso nella mano, la forza motrice è quella del bicipite, che si inserisce sul radio a pochi centimetri dal gomito. Con valori indicativi (tendine a 4,0 cm dal gomito, mano a 32 cm), per reggere una bottiglia d'acqua di 2,0 kg (19,6 N) il bicipite deve tirare con $F_1 = 19{,}6\ \text{N} \times 32\ \text{cm}/4{,}0\ \text{cm} \approx 1{,}6 \times 10^2\ \text{N}$, otto volte il peso della bottiglia. In cambio, un accorciamento di un centimetro del muscolo sposta la mano di circa otto centimetri: molte leve del corpo sacrificano la forza alla rapidità e all'ampiezza dei movimenti.

ESEMPIO SVOLTO

Riconoscere la legge della leva da una serie di misure

Problema. Un'asta leggera può ruotare attorno a un perno O. A 10,0 cm da O è appeso un corpo di 500 g. Un dinamometro, agganciato dall'altra parte del perno a distanze b diverse, tira verticalmente verso il basso con la forza F che tiene l'asta orizzontale. La Tabella 8.1 riporta i dati tipici di una prova (sensibilità del dinamometro 0,05 N). Che legge lega F e b? Che cosa si ricava dai dati?

Tabella 8.1 Forza del dinamometro che equilibra un corpo di 500 g appeso a 10,0 cm dal perno (dati tipici).

b (m)	F (N)	$1/b$ (m^{-1})	$F \cdot b$ (N·m)
0,100	4,90	10,0	0,490
0,150	3,25	6,67	0,488
0,200	2,45	5,00	0,490
0,250	1,95	4,00	0,488
0,300	1,65	3,33	0,495
0,400	1,20	2,50	0,480

Soluzione. Quando b raddoppia (da 0,100 m a 0,200 m) la forza si dimezza (da 4,90 N a 2,45 N): è il comportamento della proporzionalità inversa del capitolo 4. I prodotti $F{\cdot}b$ restano costanti entro le incertezze. Il grafico di F in funzione di b è un ramo di iperbole; quello di F in funzione di $1/b$ è una retta per l'origine (Figura 8.4).

Il valore medio dei prodotti è 0,488 N·m e la semidispersione massima è (0,495 − 0,480)/2 N·m ≈ 0,008 N·m: $F{\cdot}b$ = (0,488 ± 0,008) N·m. È il momento della forza motrice, che in equilibrio è uguale a quello del peso appeso: 0,500 kg × 9,8 N/kg × 0,100 m = 0,49 N·m. I due valori sono compatibili: i dati confermano la legge della leva $F_1 b_1 = F_2 b_2$, e la pendenza della retta della Figura 8.4, b è proprio questo momento.

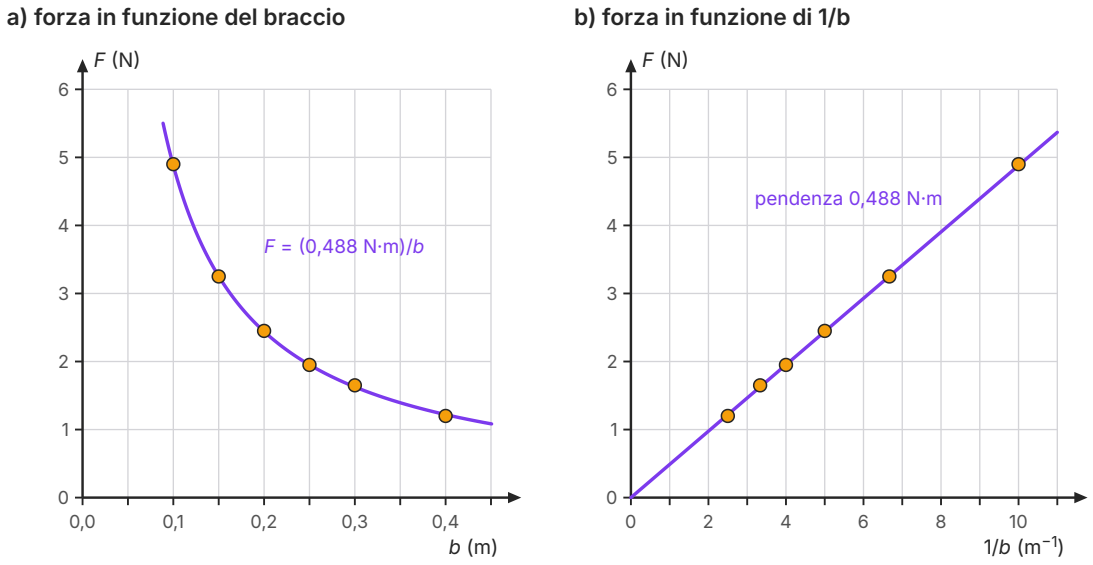


Figura 8.4 Dati della Tabella 8.1. a) La forza F necessaria per l'equilibrio in funzione del braccio b: i punti seguono l'iperbole $F = (0{,}488\ \text{N·m})/b$. b) Gli stessi dati in funzione di $1/b$ si dispongono su una retta per l'origine, di pendenza 0,488 N·m, uguale al momento del peso appeso. Le barre d'errore (±0,05 N) sono più piccole dei punti.

8.3.3 Archimede e la legge della leva

La leva era usata da millenni quando Archimede di Siracusa (circa 287–212 a.C.) ne fece una teoria. Nel primo libro del trattato *Sull'equilibrio dei piani* non parte da misure, ma da pochi **postulati**, affermazioni così evidenti da poter essere accettate senza dimostrazione, e ne deduce le proposizioni una dopo l'altra, come Euclide negli *Elementi* che studi in geometria. Il primo postulato dice:

Αἰτούμεθα τὰ ἴσα βάρεα ἀπὸ ἴσων μακέων ἰσορροπεῖν, τὰ δὲ ἴσα βάρεα ἀπὸ τῶν ἀνίσων μακέων μὴ ἰσορροπεῖν, ἀλλὰ ῥέπειν ἐπὶ τὸ βάρος τὸ ἀπὸ τοῦ μείζονος μάκεος.

«Chiediamo che pesi uguali a distanze uguali stiano in equilibrio, e che pesi uguali a distanze disuguali non stiano in equilibrio, ma pendano dalla parte del peso che si trova alla distanza maggiore» (*Sull'equilibrio dei piani* I, postulato 1, testo di J. L. Heiberg; traduzione della redazione).

Da qui Archimede arriva al risultato centrale, che enuncia per le grandezze *commensurabili* (proposizione 6), il cui rapporto è un numero razionale, e per quelle *incommensurabili* (proposizione 7), come il lato e la diagonale di un quadrato. La proposizione 6 dice: Τὰ σύμμετρα μεγέθεα ἰσορροπέοντι ἀπὸ μακέων ἀντιπεπονθότως τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων τοῖς βάρεσιν, «le grandezze commensurabili stanno in equilibrio a distanze che hanno, in proporzione inversa,

lo stesso rapporto dei pesi» (traduzione della redazione). In linguaggio moderno: $F_1 b_1 = F_2 b_2$. Il dialetto è il dorico di Siracusa: μᾶκος per l'attico μῆκος, «lunghezza».

APPROFONDIMENTO

«Datemi un punto d'appoggio»

La frase «datemi un punto d'appoggio e solleverò la Terra» non si legge in nessuna delle opere di Archimede giunte fino a noi: è la versione moderna di un detto che autori molto più tardi, come il matematico Pappo di Alessandria e il commentatore di Aristotele Simplicio, gli attribuiscono in forme diverse. Il racconto più ricco è quello di Plutarco, che scrive circa tre secoli dopo la morte di Archimede, nella *Vita di Marcello* (14, 7–8): Archimede, «parente e amico» del re Ierone, gli avrebbe scritto ὡς τῇ δοθείσῃ δυνάμει τὸ δοθὲν βάρος κινῆσαι δυνατόν ἐστι, «che con una forza data è possibile muovere un peso dato», e, baldanzoso per la forza della sua dimostrazione, avrebbe aggiunto che, se ci fosse stata un'altra Terra, sarebbe passato su quella e avrebbe mosso la nostra (testo greco dell'edizione Perseus; traduzione della redazione).

Secondo lo stesso Plutarco, il re gli chiese una prova, e Archimede, seduto lontano, trascinò verso di sé, da solo, una nave da carico della flotta reale, tirata in secco a fatica da molti uomini e poi caricata di passeggeri e di merci, tirando l'estremità di un πολύσπαστος, un sistema di molte carrucole (il nome viene da πολύς, «molto», e σπάω, «tirare»). È un racconto, non una cronaca. Ma il principio è giusto: con una leva o un paranco abbastanza grandi una forza piccola ne equilibra una grandissima, a patto di percorrere una strada lunghissima.

COLLEGAMENTI

Le parole della fisica

Momento. Dal latino *momentum*, contrazione di **movimentum*, da *movere*, «muovere»: in origine ciò che mette in movimento, e quindi anche il piccolo peso che fa pendere la bilancia.

Equilibrio. I Greci dicevano ἰσορροπία, da ἴσος, «uguale», e ῥοπή, «inclinazione, tendenza a pendere» (da ῥέπω, «pendere, inclinare», il verbo del postulato di Archimede): due piatti che «pendono ugualmente». Il latino *aequilibrium* dice la stessa cosa con *aequus*, «uguale», e *libra*, «bilancia».

Baricentro. Dal greco βάρος, «peso», e da «centro»: il centro dei pesi. Il titolo greco del trattato di Archimede è Ἐπιπέδων ἰσορροπιῶν ἢ κέντρα βαρῶν, «Equilibri dei piani, ovvero centri dei pesi».

8.4 Carrucole e paranchi

8.4.1 La carrucola mobile

La carrucola fissa del capitolo 7 cambia la direzione della tensione di una fune, non il suo modulo: per sollevare un carico di peso P si tira con una forza P, ma verso il basso.

Nella **carrucola mobile** il carico è appeso all'asse della carrucola, che sale con esso; la fune passa sotto la ruota, con un capo fissato in alto e l'altro nelle mani di chi tira (Figura 8.5, a). Se la carrucola è ideale (senza massa né attriti) e i due tratti di fune sono verticali, sul sistema carrucola più carico agiscono il peso P e le tensioni dei **due** tratti, ciascuna uguale a F. In equilibrio $2F = P$, cioè

$$F = \frac{P}{2} \qquad \text{(carrucola mobile ideale, tratti di fune paralleli)}$$

La carrucola mobile è anche una leva di secondo genere: fulcro nel punto in cui la ruota tocca il tratto fisso, resistenza al centro (braccio uguale al raggio), forza motrice sul bordo opposto (braccio uguale al diametro).

8.4.2 Il paranco e il prezzo del vantaggio

Un **paranco** combina più carrucole fisse e mobili, montate su due blocchi: quello superiore è agganciato a un sostegno, quello inferiore porta il carico (Figura 8.5, b). Se il blocco mobile è sostenuto da n tratti di fune paralleli, la tensione della fune, che in un paranco ideale è la stessa in ogni tratto, è

$$F = \frac{P}{n} \qquad \text{(paranco ideale)}$$

Con quattro tratti si solleva un carico di 80 kg (784 N) tirando con 196 N. Ma se il carico sale di 1,0 m, **ciascuno** dei quattro tratti si accorcia di 1,0 m, e la fune nelle mani deve scorrere di 4,0 m: 196 N × 4,0 m = 784 N × 1,0 m. Lo stesso accade con la leva: l'estremità del braccio lungo percorre un arco più lungo, nello stesso rapporto.

È una regola generale, che Galileo formulò chiaramente: **ciò che una macchina semplice fa guadagnare in forza lo fa perdere in spostamento**. Nel capitolo 15 il prodotto di una forza per uno spostamento prenderà il nome di *lavoro*, e la regola diventerà un enunciato preciso: una macchina ideale non fa risparmiare lavoro.

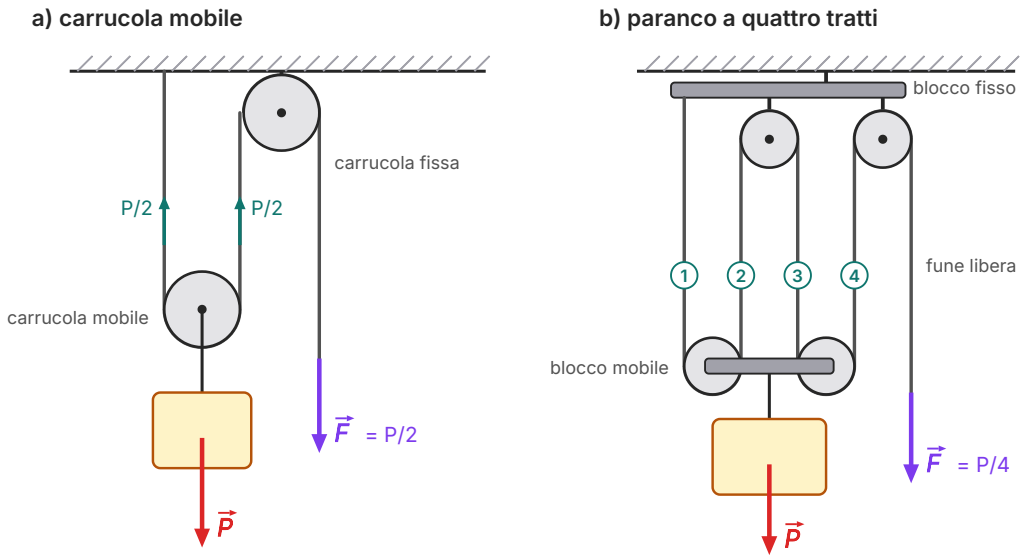


Figura 8.5 a) Carrucola mobile ideale: il carico di peso P è sostenuto da due tratti di fune, ciascuno con tensione $P/2$, e la carrucola fissa in alto cambia soltanto la direzione della forza F. b) Paranco con due carrucole nel blocco fisso e due nel blocco mobile: il blocco mobile è sostenuto da quattro tratti di fune, e $F = P/4$. Se il carico sale di 1 m, la fune nelle mani scorre di 4 m.

Il **verricello**, o argano, è un cilindro su cui si avvolge una fune, fatto girare da una manovella: una leva che ruota senza fine, con il raggio del cilindro come braccio resistente e la manovella come braccio motore. Pozzi, gru e ancore delle navi usano questo principio.

8.5 Il baricentro e la stabilità

8.5.1 Il baricentro

Un corpo esteso è fatto di moltissime piccole parti, ciascuna con il suo peso; si può dimostrare che questi pesi paralleli hanno lo stesso effetto, anche sui momenti, di un'unica forza uguale al peso totale applicata in un punto preciso. Il **baricentro** di un corpo è il punto in cui si può pensare applicato il peso di tutto il corpo, qualunque sia la sua orientazione.

Per un corpo omogeneo con un centro di simmetria il baricentro è quel centro: il punto medio di un'asta uniforme, il centro di un disco, l'incrocio delle diagonali di un rettangolo. Non deve per forza stare nel materiale del corpo: quello di un anello è nel centro, dove non c'è nulla.

Per una sagoma piana qualsiasi, per esempio di cartone, il baricentro si trova **per sospensione**. Appesa a un chiodo, la sagoma si ferma con il baricentro sulla verticale del chiodo (altrimenti il peso avrebbe un momento e la farebbe ruotare). Si traccia questa verticale con un filo a

piombo, si appende la sagoma per un secondo punto e si traccia la nuova verticale: il baricentro è l'incrocio delle due rette.

8.5.2 Equilibrio stabile, instabile, indifferente

Un corpo in equilibrio può reagire in tre modi diversi a un piccolo spostamento (Figura 8.6). Consideriamo un'asta che può ruotare attorno a un perno.

• Se il perno è **sopra** il baricentro, come in un quadro appeso, quando l'asta viene spostata il peso ha un momento che la riporta verso la posizione iniziale: l'equilibrio è **stabile**. Lasciata libera, l'asta oscilla attorno alla verticale, come un pendolo.

• Se il perno è **sotto** il baricentro, l'asta può stare in equilibrio verticale, ma basta un soffio perché il momento del peso la allontani sempre di più dalla posizione iniziale: l'equilibrio è **instabile**. È il caso di una matita in bilico sulla punta, che in teoria starebbe in equilibrio e in pratica cade sempre.

• Se il perno passa **per** il baricentro, il peso ha momento nullo in qualsiasi posizione: l'asta resta ferma dove la si lascia, e l'equilibrio è **indifferente**. Così si comportano una ruota di bicicletta ben equilibrata e una palla su un pavimento orizzontale.

Nei tre casi le condizioni di equilibrio sono soddisfatte nella posizione verticale: la stabilità riguarda ciò che succede **dopo** un piccolo spostamento. In un equilibrio stabile il baricentro, spostando il corpo, sale; in uno instabile scende; in uno indifferente resta alla stessa altezza.

8.5.3 Corpi appoggiati: la base d'appoggio

Per un corpo appoggiato, come una cassa o una persona in piedi, la **base d'appoggio** è il poligono più piccolo che racchiude tutti i punti di contatto con il piano. Il corpo resta in equilibrio finché **la verticale per il baricentro cade dentro la base d'appoggio**. Se ne esce, il peso ha un momento rispetto allo spigolo che nessuna reazione può equilibrare, perché il piano può soltanto spingere, non tirare, e il corpo si ribalta (Figura 8.6, in basso).

Un corpo è tanto più stabile quanto più larga è la base e quanto più basso è il baricentro: per far uscire la verticale dalla base bisogna inclinarlo di più. Per questo un camion carico in alto si ribalta in curva più facilmente di uno carico in basso. Il nostro corpo in piedi ha una base piccola e un baricentro alto, poco sotto l'ombelico, e resta in equilibrio con continue piccole correzioni: con uno zaino pesante sulle spalle ci pieghiamo in avanti, perché la verticale del baricentro resti fra i piedi.

La torre campanile di Pisa pende perché il terreno sotto le fondazioni, cedevole, si è abbassato più da un lato che dall'altro, già durante la costruzione; non cade perché la verticale del baricentro cade ancora dentro la base. I lavori di consolidamento del terreno condotti fra il 1990 e il 2001 ne hanno ridotto un po' la pendenza.

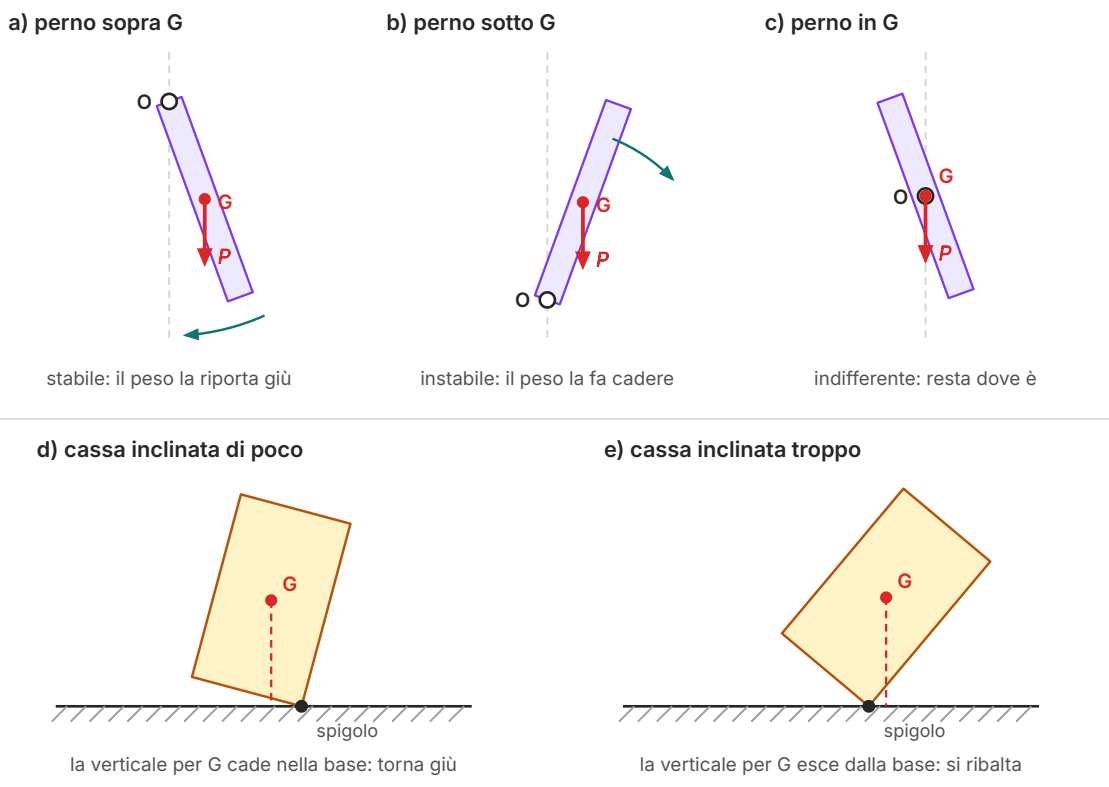


Figura 8.6 In alto, un'asta che ruota attorno a un perno O, spostata di poco dalla verticale: a) perno sopra il baricentro G, il momento del peso riporta l'asta verso la verticale (equilibrio stabile); b) perno sotto G, il momento la allontana (instabile); c) perno in G, il momento è nullo (indifferente). In basso, una cassa appoggiata: d) la verticale per G cade dentro la base d'appoggio e la cassa torna giù; e) la verticale esce dalla base e la cassa si ribalta attorno allo spigolo.

COLLEGAMENTI

Storia dell'arte: l'architrave e l'arco

Un tempio greco poggia su un sistema trilitico: due sostegni verticali e una trave orizzontale, l'*architrave* (Figura 8.7). Sotto il carico l'architrave si flette: la parte superiore è compressa, quella inferiore è tesa. La pietra resiste molto bene alla compressione, ma poco alla trazione, e un architrave di pietra troppo lungo si spezza dal basso: per questo le colonne dei templi sono così vicine fra loro.

L'*arco*, che i Romani usarono su vasta scala in ponti, acquedotti e anfiteatri, è fatto di blocchi a forma di cuneo, i conci, chiusi in alto dalla chiave. Ogni concio è spinto dai vicini, e le forze si trasmettono di concio in concio fino ai piedritti: tutti i blocchi lavorano a compressione, ciò che la pietra sa fare meglio. In cambio l'arco spinge verso l'esterno, e i sostegni devono essere abbastanza massicci da contenere la spinta. Durante la costruzione i conci poggiano su un'armatura di legno, la centina, tolta solo quando la chiave è al suo posto: un arco a metà non sta in piedi.

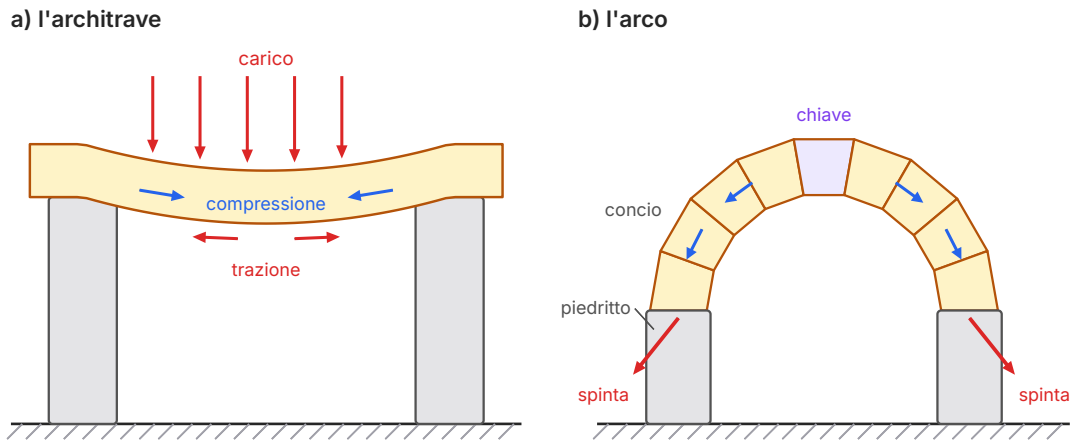


Figura 8.7 a) Architrave su due sostegni: sotto il carico la trave si flette (deformazione esagerata nel disegno); la parte superiore è compressa, quella inferiore tesa. b) Arco a tutto sesto: le forze si trasmettono da un concio all'altro come compressioni, fino ai piedritti, che ricevono una spinta verso il basso e verso l'esterno. Schemi qualitativi, non in scala.

COLLEGAMENTI

In laboratorio: la legge della leva con un righello

Materiali. Un righello da un metro con un foro sulla tacca dei 50 cm, in cui passa un chiodo fissato a un sostegno; due ganci leggeri di filo metallico che scorrono sull'asta; masse da 50 g, 80 g, 100 g, 150 g e 200 g (o sacchetti di monete pesati con una bilancia, sensibilità 1 g). Se l'asta scarica non resta orizzontale, si aggiunge un pezzetto di plastilina dalla parte più leggera, così che il momento del suo peso rispetto al chiodo sia nullo.

Procedimento. 1) Appendi la massa m_1 = 100 g a b_1 = 20,0 cm dal chiodo, a sinistra. 2) Appendi a destra la massa m_2 e fai scorrere il suo gancio fino a quando l'asta resta orizzontale; annota la distanza b_2 dal chiodo. Prova a spostare il gancio avanti e indietro: c'è un piccolo intervallo di posizioni in cui l'asta sembra in equilibrio, e la sua semiampiezza (qui 0,3 cm) è l'incertezza di b_2. 3) Ripeti con le altre masse. 4) Poiché la forza è il peso, $F = mg$, e g è lo stesso per tutte le masse, per verificare $F_1 b_1 = F_2 b_2$ basta confrontare i prodotti $m_1 b_1$ e $m_2 b_2$. Le incertezze dei prodotti si ottengono sommando le incertezze relative (capitolo 3).

Tabella 8.2 Equilibrio di un'asta con 100 g appesi a 20,0 cm dal chiodo: $m_1 b_1$ = (2000 ± 50) g·cm (dati tipici).

m_2 (g)	b_2 (cm)	$m_2 b_2$ (g·cm)
50 ± 1	40,2 ± 0,3	2010 ± 60
80 ± 1	25,1 ± 0,3	2010 ± 50
100 ± 1	19,9 ± 0,3	1990 ± 50
150 ± 1	13,4 ± 0,3	2010 ± 60
200 ± 1	10,1 ± 0,3	2020 ± 70

Che cosa concludere. Tutti i prodotti $m_2 b_2$ sono compatibili con $m_1 b_1$ = (2000 ± 50) g·cm: la legge della leva è verificata entro le incertezze. L'incertezza relativa su b_2 cresce quando la massa è vicina al chiodo: 0,3 cm su 10,1 cm sono il 3%, su 40,2 cm meno dell'1%.

Sicurezza. Fissa bene il sostegno al tavolo e tieni le masse basse sopra il piano, così che non cadano sui piedi se un gancio scivola.

Per la relazione. Segui lo schema del capitolo 4. Riporta la tabella con le incertezze, i prodotti con la loro incertezza e la verifica di compatibilità; disegna il grafico di m_2 in funzione di $1/b_2$ e ricava $m_1 b_1$ dalla pendenza. Discuti gli errori sistematici: un'asta non bilanciata a vuoto, l'attrito del chiodo nel foro (che allarga l'intervallo di equilibrio), la massa dei ganci, distanze lette dal bordo del gancio anziché dal punto in cui il filo tocca l'asta.

IN SINTESI

Le formule del capitolo

$M = F \cdot b$ — **momento di una forza** rispetto a un polo: modulo della forza (N) per il braccio (m), distanza del polo dalla retta d'azione. Si misura in N·m; è positivo se la forza fa ruotare in verso antiorario, negativo se in verso orario.

$M = F \cdot d$ — **momento di una coppia**: una delle due forze (N) per la distanza fra le loro rette d'azione (m). Non dipende dal polo.

$\boldsymbol{R} = 0$ e $M_{tot} = 0$ — **equilibrio del corpo rigido**: risultante nulla e momento risultante nullo rispetto a un polo qualsiasi.

$F_1\, b_1 = F_2\, b_2$ — **legge della leva**: in equilibrio forza motrice e forza resistente sono inversamente proporzionali ai loro bracci.

$F = P/2$; $F = P/n$ — **carrucola mobile** e **paranco** ideali con n tratti di fune che sostengono il carico. Quanto si guadagna in forza si perde in spostamento.

SINTESI

- Un corpo rigido è un corpo esteso che non si deforma. Può traslare e ruotare: per il suo equilibrio non basta che la risultante delle forze sia nulla, perché una coppia di forze ha risultante nulla ma lo fa ruotare.
- Il braccio di una forza rispetto a un polo è la distanza del polo dalla retta d'azione della forza, non dal suo punto di applicazione.
- Il momento di una forza, $M = F \cdot b$, misura la sua capacità di far ruotare un corpo; si misura in N·m ed è positivo per rotazioni antiorarie, negativo per rotazioni orarie. È nullo se la retta d'azione passa per il polo.
- Una coppia di forze ha momento $M = F \cdot d$, uguale rispetto a qualunque polo; si equilibra solo con un'altra coppia.
- Un corpo rigido fermo resta in equilibrio se la risultante delle forze è nulla e se è nullo il momento risultante rispetto a un polo, che si può scegliere dove conviene: di solito nel punto di applicazione di una forza incognita.
- Una leva è un corpo rigido che ruota attorno a un fulcro; in equilibrio $F_1 b_1 = F_2 b_2$. È vantaggiosa se il braccio motore è più lungo di quello resistente.
- Nelle leve di primo genere il fulcro sta fra le due forze; in quelle di secondo genere (sempre vantaggiose) la resistenza sta fra fulcro e forza motrice; in quelle di terzo genere (sempre svantaggiose) la forza motrice sta fra fulcro e resistenza.
- Archimede dimostrò la legge della leva a partire da postulati, nel trattato *Sull'equilibrio dei piani*; la frase sul «punto d'appoggio» è una tradizione riferita da autori più tardi.
- Una carrucola mobile ideale dimezza la forza necessaria; un paranco con n tratti di fune la divide per n. Ciò che una macchina semplice fa guadagnare in forza lo fa perdere in spostamento.
- Il baricentro è il punto in cui si può pensare applicato il peso di tutto il corpo; per i corpi omogenei simmetrici è il centro di simmetria, per un corpo piano qualsiasi si trova per sospensione.
- L'equilibrio è stabile se, dopo un piccolo spostamento, il corpo torna alla posizione iniziale, instabile se se ne allontana, indifferente se resta dove è stato portato.
- Un corpo appoggiato resta in equilibrio finché la verticale per il baricentro cade dentro la base d'appoggio; è tanto più stabile quanto più la base è larga e il baricentro basso.

ESERCIZI

Comprendere e ricordare

1. ● Il braccio di una forza rispetto a un polo O è:
   - **A.** la distanza fra O e il punto di applicazione della forza
   - **B.** la lunghezza del vettore che rappresenta la forza
   - **C.** la distanza fra O e la retta d'azione della forza
   - **D.** la distanza fra il punto di applicazione e il baricentro

2. ● Nel SI il momento di una forza si misura in:
   - **A.** N·m
   - **B.** N/m
   - **C.** N·s
   - **D.** kg·m

3. ●● Due forze di uguale modulo, stessa direzione e verso opposto, con rette d'azione diverse, applicate a un corpo rigido:
   - **A.** hanno risultante e momento risultante nulli
   - **B.** hanno risultante nulla e momento risultante diverso da zero
   - **C.** hanno risultante diversa da zero e momento nullo
   - **D.** si possono sempre sostituire con una sola forza

4. ●● Un corpo rigido fermo resta in equilibrio se:
   - **A.** la risultante delle forze è nulla
   - **B.** il momento risultante rispetto al baricentro è nullo
   - **C.** la risultante delle forze e il momento risultante rispetto a un polo qualsiasi sono nulli
   - **D.** le forze sono tutte applicate nello stesso punto

5. ● Le forbici sono una leva:
   - **A.** di secondo genere
   - **B.** di terzo genere
   - **C.** che non rientra in nessuna delle tre classi
   - **D.** di primo genere

6. ● Una leva di secondo genere, come lo schiaccianoci, è:
   - **A.** sempre vantaggiosa
   - **B.** sempre svantaggiosa
   - **C.** sempre indifferente
   - **D.** vantaggiosa o svantaggiosa secondo la posizione del fulcro

7. ● Per sollevare lentamente un carico di peso P con una sola carrucola mobile ideale, con i tratti di fune verticali, si tira con una forza:

   A. P
   B. $P/2$
   C. $2P$
   D. $P/4$

8. ●● Un corpo appeso a un perno è in equilibrio stabile quando il baricentro:

   A. coincide con il perno
   B. sta sulla verticale del perno, sopra di esso
   C. non sta sulla verticale del perno
   D. sta sulla verticale del perno, sotto di esso

Vero o falso

9. ● Il momento di una forza la cui retta d'azione passa per il polo è nullo. V / F

10. ●● Se la risultante delle forze applicate a un corpo rigido fermo è nulla, il corpo non può cominciare a ruotare. V / F

11. ● Una leva di terzo genere è sempre svantaggiosa. V / F

12. ●● Con un paranco ideale si solleva un carico tirando con una forza minore del suo peso e facendo scorrere meno fune di quanto salga il carico. V / F

13. ● Il baricentro di un corpo si trova sempre in un punto del materiale di cui il corpo è fatto. V / F

Applicare

14. ● Un meccanico stringe un bullone con una chiave, applicando all'estremità del manico, a 30 cm dal centro del bullone, una forza di 50 N perpendicolare al manico. Calcola il modulo del momento della forza rispetto al centro del bullone.

15. ● La maniglia di una porta è a 80 cm dai cardini. Per aprire la porta serve un momento di 12 N·m. Quale forza, perpendicolare alla porta, bisogna applicare alla maniglia? E quale, sempre perpendicolare, a 20 cm dai cardini?

16. ●● Una forza di 60 N è applicata all'estremità di una chiave lunga 20 cm, inclinata di 30° rispetto al manico. Disegna la situazione, trova il braccio con il triangolo notevole e calcola il momento. Che cosa cambierebbe con un'inclinazione di 90°?

17. ● Su un'altalena a bilico Luca, di 30 kg, siede a 1,6 m dal fulcro. A quale distanza dal fulcro, dall'altra parte, deve sedersi Marta, di 40 kg, perché l'altalena stia in equilibrio orizzontale? Trascura la massa dell'asse.

18. ● Completa. In una leva di _____ genere il fulcro sta fra la forza motrice e la forza resistente; in una leva di _____ genere la forza motrice sta fra il fulcro e la resistenza, e la leva è sempre _____ ; una leva con braccio motore più lungo del braccio resistente si dice _____ .

19. ●● Un paranco ideale sostiene un carico di 120 kg con 6 tratti di fune. Con quale forza bisogna tirare per sollevarlo lentamente? Di quanto deve scorrere la fune nelle mani perché il carico salga di 50 cm?

20. ●● Usa la Figura 8.4, b o la Tabella 8.1. Con quale forza il dinamometro dovrebbe tirare per tenere orizzontale l'asta se fosse agganciato a 50 cm dal perno? E a 5,0 cm? Commenta il secondo risultato.

Problemi

21. ●● Un'asse di 3,0 m e 15 kg è appoggiata alle estremità A e B su due muretti. Una persona di 60 kg sta in piedi sull'asse a 1,0 m da A. Calcola le forze con cui i due muretti sostengono l'asse, e controlla il risultato con un secondo polo.

22. ●● Tieni in mano un manubrio di 3,0 kg con l'avambraccio orizzontale. Il bicipite si inserisce a 4,0 cm dal gomito e tira verticalmente verso l'alto; il manubrio è a 30 cm dal gomito. a) Trascurando il peso dell'avambraccio, quale forza esercita il bicipite? b) Ripeti il calcolo tenendo conto dell'avambraccio, di massa 1,5 kg, con il baricentro a 15 cm dal gomito.

23. ●●● Una scala uniforme di 12 kg, lunga 5,0 m, è appoggiata a un muro liscio (che esercita solo una forza perpendicolare al muro, orizzontale), con il piede a 3,0 m dal muro e la sommità a 4,0 m dal pavimento. a) Disegna le forze sulla scala. b) Usando come polo il piede della scala, calcola la forza del muro. c) Quanto valgono la forza normale del pavimento e la forza d'attrito che il pavimento esercita sul piede? d) Qual è il minimo coefficiente di attrito statico fra scala e pavimento perché la scala non scivoli? (Problema che collega questo capitolo con il capitolo 6.)

24. ●●● Un trampolino da piscina è un'asse lunga 4,0 m, di massa trascurabile, fissata al suolo con un bullone nell'estremità A e appoggiata su un sostegno B a 1,0 m da A. Un tuffatore di 60 kg sta fermo sull'estremità libera. Calcola la forza del sostegno B e quella del bullone A, con il loro verso. Perché il bullone deve resistere a una forza diretta verso l'alto?

25. ●● Una stadera, la bilancia romana a bracci disuguali, ha il gancio per la merce a 5,0 cm dal fulcro e un contrappeso scorrevole, il romano, di 0,50 kg. Scarica, con il romano sulla tacca dello zero, la stadera è orizzontale. Quando si appende un sacco di farina, l'equilibrio si ottiene spostando il romano di 40 cm. Qual è la massa del sacco? Di quanto deve spostarsi il romano per ogni kilogrammo di merce?

26. ●●● Una cassa omogenea a forma di parallelepipedo, larga 50 cm e alta 1,5 m, è posata su una rampa con abbastanza attrito da non scivolare. La rampa sale di 40 cm per ogni metro di base. La cassa si ribalta? (Suggerimento: la cassa si ribalta quando la verticale per il baricentro esce dallo spigolo più basso; usa i triangoli simili tra la rampa e la cassa.)

Ragionare e argomentare

27. ● Spiega perché le maniglie delle porte si mettono sul lato opposto ai cardini e perché, per svitare un bullone molto stretto, si infila a volte un tubo sul manico della chiave.

28. ●● Uno studente risolve così un esercizio: «Una forza di 40 N è applicata a 0,50 m dal polo, inclinata di 30° rispetto alla congiungente fra il polo e il punto di applicazione. Il momento è M = 40 N × 0,50 m = 20 N·m». Trova l'errore e correggilo.

29. ●●● Commenta il primo postulato di Archimede: «Chiediamo che pesi uguali a distanze uguali stiano in equilibrio, e che pesi uguali a distanze disuguali non stiano in equilibrio, ma pendano dalla parte del peso che si trova alla distanza maggiore» (*Sull'equilibrio dei piani* I, traduzione della redazione). Che cosa afferma? Perché Archimede lo assume senza dimostrarlo? È d'accordo con la legge della leva? Come lo verificheresti con il materiale del laboratorio di questo capitolo?

PER APPROFONDIRE

- [ARC] Archimede, *Sull'equilibrio dei piani*, libro I: i postulati iniziali e le proposizioni 6 e 7, con la legge della leva dimostrata come un teorema di geometria.
- [RUS] L. Russo, *La rivoluzione dimenticata*: il capitolo sulla meccanica ellenistica, per capire che posto avessero le macchine e la teoria della leva nella scienza di Alessandria e di Siracusa.
- [FEY] R. P. Feynman, R. B. Leighton, M. Sands, *La fisica di Feynman*, vol. I: le pagine sulla leva e sul principio dei lavori virtuali, un modo diverso di arrivare alla stessa legge.
- [HRW] D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, *Fondamenti di fisica*: il capitolo sull'equilibrio statico, con molti problemi su travi, scale e mensole.

Glossario del capitolo

Baricentro
Punto in cui si può pensare applicato il peso di tutto un corpo, qualunque sia la sua orientazione.

Base d'appoggio
Il poligono più piccolo che racchiude tutti i punti di contatto fra un corpo appoggiato e il piano; il corpo non si ribalta finché la verticale per il baricentro cade al suo interno.

Braccio
Distanza del polo dalla retta d'azione di una forza.

Carrucola mobile
Carrucola il cui asse sale e scende con il carico; nel caso ideale dimezza la forza necessaria per sollevarlo.

Coppia di forze
Due forze di uguale modulo, stessa direzione e verso opposto, con rette d'azione diverse; ha risultante nulla e momento $M = Fd$, uguale rispetto a qualunque polo.

Corpo rigido
Modello di corpo esteso che non si deforma: la distanza fra due suoi punti qualsiasi resta costante.

Equilibrio del corpo rigido
Condizione di un corpo rigido fermo che resta fermo: risultante delle forze nulla e momento risultante nullo rispetto a un polo qualsiasi.

Equilibrio instabile
Equilibrio di un corpo che, spostato di poco, tende ad allontanarsi sempre più dalla posizione iniziale.

Equilibrio stabile
Equilibrio di un corpo che, spostato di poco, tende a tornare nella posizione iniziale.

Fulcro
Punto fisso attorno al quale ruota una leva.

Leva
Corpo rigido che può ruotare attorno a un punto fisso, il fulcro; è in equilibrio quando $F_1 b_1 = F_2 b_2$.

Leva vantaggiosa
Leva in cui il braccio motore è più lungo del braccio resistente, così che la forza motrice è minore della resistenza.

Macchina semplice
Dispositivo che permette di equilibrare o vincere una forza resistente con una forza motrice di intensità o direzione diversa: leva, carrucola, piano inclinato, cuneo, vite.

Momento di una forza
Prodotto del modulo di una forza per il suo braccio rispetto a un polo, $M = Fb$; si misura in N·m ed è positivo per rotazioni antiorarie.

Paranco
Sistema di carrucole fisse e mobili; nel caso ideale, con n tratti di fune che sostengono il carico, divide per n la forza necessaria e moltiplica per n lo scorrimento della fune.

Retta d'azione
Retta che passa per il punto di applicazione di una forza e ha la sua direzione.

Rotazione
Moto di un corpo rigido in cui i suoi punti descrivono archi di circonferenza attorno a un asse.

Traslazione
Moto di un corpo rigido in cui tutti i punti si spostano nello stesso modo, lungo segmenti paralleli e uguali.

Soluzioni

1. C. Il braccio è la distanza del polo dalla retta d'azione; coincide con la distanza dal punto di applicazione solo se la forza è perpendicolare alla loro congiungente.

2. A. Il momento è una forza (N) per una lunghezza (m).

3. B. È una coppia: le forze si annullano nella somma, ma i loro momenti si sommano, $M = Fd$.

4. C. Servono entrambe le condizioni; se la risultante è nulla, la condizione sui momenti vale rispetto a qualunque polo.

5. D. Il fulcro (il perno) sta fra la forza delle dita e la resistenza del materiale da tagliare.

6. A. La resistenza sta fra il fulcro e la forza motrice, quindi il braccio motore è sempre più lungo di quello resistente.

7. B. Il carico è sostenuto da due tratti di fune, ciascuno con tensione F: $2F = P$.

8. D. Spostando il corpo, il momento del peso lo riporta verso la verticale solo se il baricentro sta sotto il perno; se sta sopra l'equilibrio è instabile, se coincide è indifferente.

9. V. Il braccio è la distanza del polo dalla retta d'azione: se la retta passa per il polo, il braccio e quindi il momento sono zero.

10. F. Una coppia di forze ha risultante nulla ma momento diverso da zero, e fa ruotare il corpo (il volante).

11. V. La forza motrice sta fra il fulcro e la resistenza, quindi il braccio motore è sempre più corto di quello resistente.

12. F. La forza è minore del peso, ma la fune deve scorrere di più: con n tratti, n volte lo spostamento del carico.

13. F. Il baricentro di un anello è nel suo centro, dove non c'è materiale.

14. $M = Fb = 50\ \text{N} \times 0{,}30\ \text{m} = 15\ \text{N·m}$.

15. $F = M/b = 12\ \text{N·m}/0{,}80\ \text{m} = 15\ \text{N}$. A 20 cm: $F = 12\ \text{N·m}/0{,}20\ \text{m} = 60\ \text{N}$, quattro volte di più, perché il braccio è quattro volte più corto.

16. Il braccio è il cateto opposto all'angolo di 30° nel triangolo rettangolo di ipotenusa 0,20 m: $b = 0{,}20\ \text{m}/2 = 0{,}10\ \text{m}$. $M = 60\ \text{N} \times 0{,}10\ \text{m} = 6{,}0\ \text{N·m}$. Con la forza perpendicolare al manico il braccio sarebbe 0,20 m e il momento raddoppierebbe, 12 N·m.

17. $m_L g b_L = m_M g b_M$; g si semplifica: $b_M = 30\ \text{kg} \times 1{,}6\ \text{m}/40\ \text{kg} = 1{,}2\ \text{m}$.

18. primo; terzo; svantaggiosa; vantaggiosa.

19. $P = 120\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{N/kg} = 1176\ \text{N}$; $F = P/6 = 196\ \text{N} \approx 2{,}0 \times 10^2\ \text{N}$. Ogni tratto si accorcia di 0,50 m, quindi la fune scorre di $6 \times 0{,}50\ \text{m} = 3{,}0\ \text{m}$.

20. Il momento da equilibrare è $Fb = 0{,}488\ \text{N·m}$. A 0,50 m: $F = 0{,}488\ \text{N·m}/0{,}50\ \text{m} \approx 0{,}98\ \text{N}$. A 0,050 m: $F = 0{,}488\ \text{N·m}/0{,}050\ \text{m} \approx 9{,}8\ \text{N}$, il doppio del peso appeso (4,9 N): il dinamometro è più vicino al perno del corpo, quindi la leva è svantaggiosa. Il valore è un'estrapolazione oltre i dati misurati, giustificata dal fatto che la legge della leva è nota.

21. Pesi: asse $15\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{N/kg} = 147\ \text{N}$ al centro (1,5 m da A), persona $60\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{N/kg} = 588\ \text{N}$ a 1,0 m da A. Polo in A: $N_B \cdot 3{,}0\ \text{m} = 147\ \text{N} \cdot 1{,}5\ \text{m} + 588\ \text{N} \cdot 1{,}0\ \text{m} = 808{,}5\ \text{N·m}$, $N_B \approx 270\ \text{N} = 2{,}7 \times 10^2\ \text{N}$. Risultante: $N_A = 147\ \text{N} + 588\ \text{N} - 269{,}5\ \text{N} = 465{,}5\ \text{N} \approx 4{,}7 \times 10^2\ \text{N}$. Polo in B: $N_A \cdot 3{,}0\ \text{m} = 147\ \text{N} \cdot 1{,}5\ \text{m} + 588\ \text{N} \cdot 2{,}0\ \text{m} = 1396{,}5\ \text{N·m}$, $N_A = 465{,}5\ \text{N}$: stesso risultato.

22. Polo nel gomito; il bicipite fa ruotare l'avambraccio in verso opposto ai pesi. a) $F \cdot 4{,}0\ \text{cm} = 3{,}0\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{N/kg} \times 30\ \text{cm}$, $F = 29{,}4\ \text{N} \times 30/4{,}0 \approx 220\ \text{N} = 2{,}2 \times 10^2\ \text{N}$. b) Si aggiunge il momento del peso dell'avambraccio, $1{,}5\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{N/kg} = 14{,}7\ \text{N}$ a 15 cm: $F \cdot 4{,}0\ \text{cm} = 29{,}4\ \text{N} \cdot 30\ \text{cm} + 14{,}7\ \text{N} \cdot 15\ \text{cm} = 1102{,}5\ \text{N·cm}$, $F \approx 276\ \text{N} \approx 2{,}8 \times 10^2\ \text{N}$.

23. a) Sulla scala agiscono il peso $P = 12\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{N/kg} = 117{,}6\ \text{N}$, applicato al centro; la forza del muro N_m, orizzontale, sulla sommità; al piede la forza normale del pavimento N_p, verticale verso l'alto, e l'attrito statico F_s, orizzontale verso il muro. b) Rispetto al piede: il braccio del peso è la distanza orizzontale del centro dal piede, 3,0 m/2 = 1,5 m; il braccio di N_m è l'altezza della sommità, 4,0 m. $N_m \cdot 4{,}0\ \text{m} = 117{,}6\ \text{N} \cdot 1{,}5\ \text{m}$, $N_m \approx 44$ N. c) In verticale $N_p = P \approx 1{,}2 \times 10^2$ N; in orizzontale $F_s = N_m \approx 44$ N. d) Serve $F_s \leq \mu_s N_p$, cioè $\mu_s \geq 44{,}1\ \text{N}/117{,}6\ \text{N} \approx 0{,}38$.

24. Sul trampolino agiscono il peso del tuffatore, $60\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{N/kg} = 588$ N, a 4,0 m da A; la forza del sostegno B; la forza del bullone A. Polo in A: $N_B \cdot 1{,}0\ \text{m} = 588\ \text{N} \cdot 4{,}0\ \text{m}$, $N_B \approx 2{,}4 \times 10^3$ N, verso l'alto. Risultante: $F_A = 588\ \text{N} - 2352\ \text{N} = -1764$ N: il bullone tira l'asse verso il **basso** con $1{,}8 \times 10^3$ N (controllo con polo in B: $F_A \cdot 1{,}0\ \text{m} = 588\ \text{N} \cdot 3{,}0\ \text{m}$). L'asse, spinta in su dal sostegno, tende a sollevarsi in A: il bullone la trattiene, e quindi l'asse tira il bullone verso l'alto con una forza di $1{,}8 \times 10^3$ N, tre volte il peso del tuffatore.

25. Con il romano sullo zero la stadera scarica è in equilibrio, quindi conta solo lo spostamento del romano. $m \cdot 5{,}0\ \text{cm} = 0{,}50\ \text{kg} \cdot 40\ \text{cm}$, $m = 4{,}0$ kg. Per 1 kg di merce: $1\ \text{kg} \cdot 5{,}0\ \text{cm} = 0{,}50\ \text{kg} \cdot x$, $x = 10$ cm: la scala della stadera ha tacche equidistanti, una ogni 10 cm per kilogrammo.

26. Il baricentro è al centro della cassa, a 25 cm dalla faccia di valle, misurati lungo la rampa, e a 75 cm dalla base, misurati perpendicolarmente alla rampa. La verticale per il baricentro passa esattamente per lo spigolo di valle quando il triangolo formato da baricentro, centro della base e spigolo (cateti 75 cm e 25 cm) è simile al triangolo della rampa, con il cateto di 25 cm corrispondente alla salita: cioè quando la rampa sale di 25/75 = 1/3 ≈ 0,33 m per ogni metro di base. La rampa sale di 0,40 m per metro, più di 0,33: la verticale per il baricentro esce dalla base e **la cassa si ribalta**.

27. Traccia di risposta. Il momento è *Fb*: a parità di momento necessario, la forza è tanto minore quanto più lungo è il braccio. La maniglia lontana dai cardini dà il braccio massimo, quindi la forza minima; il tubo sul manico allunga il braccio della chiave, e con la stessa forza si ottiene un momento maggiore.

28. Lo studente ha usato come braccio la distanza dal punto di applicazione, 0,50 m. Il braccio è la distanza del polo dalla retta d'azione: è il cateto opposto all'angolo di 30° in un triangolo rettangolo di ipotenusa 0,50 m, cioè 0,25 m. Il momento corretto è $M = 40\ \text{N} \times 0{,}25\ \text{m} = 10\ \text{N·m}$.

29. Traccia di risposta. Il postulato afferma due cose: la simmetria (pesi uguali a bracci uguali si equilibrano, perché non c'è ragione che la leva penda da una parte piuttosto che dall'altra) e il verso dello squilibrio (a pesi uguali prevale quello più lontano dal fulcro). Archimede lo assume come evidente, al modo dei postulati di Euclide, per dedurne le proposizioni con il solo ragionamento. È d'accordo con $F_1 b_1 = F_2 b_2$: con $F_1 = F_2$ e $b_1 = b_2$ i momenti sono uguali; con $b_1 > b_2$ prevale il momento di F_1. Verifica: sull'asta bilanciata del laboratorio si appendono due masse uguali a distanze uguali (equilibrio), poi se ne sposta una più lontano e si osserva che l'asta pende da quella parte.