CAPITOLO

6

Le forze

Ut tensio sic vis. «Come l'allungamento, così la forza.» Robert Hooke, 1678 (traduzione della redazione)

OBIETTIVI

1. Riconoscere una forza dai suoi effetti e descriverla come un vettore.
2. Misurare le forze con il dinamometro e calcolare la forza risultante.
3. Distinguere massa e peso e usare la relazione $P = mg$.
4. Applicare la legge di Hooke e leggere la costante elastica da un grafico.
5. Individuare le reazioni vincolari: forza normale e tensione.
6. Distinguere attrito statico e dinamico e calcolarne i valori.

INDICE DEL CAPITOLO

6.1 Che cos'è una forza 2
6.2 Misurare le forze 3
6.3 La forza-peso 6
6.4 La forza elastica e la legge di Hooke 7
6.5 Le reazioni vincolari 11
6.6 L'attrito 13

Fisica 3 · Parte II · Vettori e forze · versione 1.0
Capitolo 6: Le forze · pagine 139–162 del volume completo · estratto per lo studio

Spingi una porta e si apre; tiri un elastico e si allunga; lasci un sasso e cade; freni e la bicicletta rallenta. In ogni scena qualcosa agisce su un corpo e ne cambia la forma o il movimento. La lingua di tutti i giorni lo chiama *forza*, una parola che usa in molti sensi, dalla forza di volontà alla forza di un argomento; la fisica deve renderla precisa: dire che cosa conta come forza, come si misura e come si combinano più forze.

Le forze sono l'esempio più importante dei vettori del capitolo precedente, e qui userai tutti quegli strumenti. Conoscerai poi le forze che compaiono in quasi ogni problema di meccanica: il peso, la forza di una molla, le forze con cui un tavolo o una fune «rispondono» a un corpo, l'attrito. Sono gli ingredienti con cui, nella Parte III, studieremo l'equilibrio.

6.1 Che cos'è una forza

6.1.1 Due effetti: deformare e cambiare il moto

Riconosciamo una forza dai suoi effetti. Il primo è il più facile da vedere: una forza può **deformare** un corpo. Una spugna si schiaccia sotto la mano, una molla si allunga quando vi appendiamo un oggetto, un ramo si piega sotto il peso della neve. Il secondo effetto è più sottile: una forza può **cambiare lo stato di moto** di un corpo, cioè metterlo in movimento, fermarlo, farlo andare più veloce o più piano, fargli cambiare direzione. Un pallone fermo parte se lo calciamo; una palla da bowling che rotola si ferma solo se qualcosa la frena.

Diremo quindi che una **forza** è l'azione di un corpo su un altro corpo capace di deformarlo o di modificarne il moto. Una forza è sempre esercitata *da* un corpo *su* un altro: di ogni forza dobbiamo saper dire chi la esercita e su chi agisce. L'effetto sul moto è qui descritto solo a parole: la legge esatta è il secondo principio della dinamica (capitolo 13). Fino ad allora ci occuperemo soprattutto di corpi *fermi*, in cui le forze si fanno equilibrio.

6.1.2 Forze di contatto e forze a distanza

Molte forze agiscono solo quando due corpi si toccano: la spinta della mano sulla porta, la trazione di una fune, la resistenza dell'aria su un ciclista. Si chiamano **forze di contatto**. Altre agiscono anche fra corpi lontani, senza che nulla di visibile li colleghi: la Terra attira un sasso che cade, una calamita attira un chiodo a qualche centimetro di distanza. Si chiamano **forze a distanza**.

La fisica moderna riconduce tutte le forze della natura a quattro **interazioni fondamentali**: **gravitazionale**, che attira fra loro tutti i corpi dotati di massa; **elettromagnetica**, che agisce fra cariche elettriche e calamite; **nucleare forte**, che tiene insieme i nuclei degli atomi; **nucleare debole**, responsabile di alcune trasformazioni radioattive. Le ultime due agiscono solo dentro il

nucleo. Quasi tutte le forze di contatto, dalla spinta di una mano all'attrito, sono in fondo forze elettromagnetiche fra gli atomi delle superfici che si avvicinano.

6.1.3 La forza è un vettore

Spingere una scatola verso destra o verso l'alto produce effetti diversi anche con la stessa intensità. Una forza ha quindi un **modulo**, una **direzione**, un **verso** e un **punto di applicazione**: è un vettore, e la scriviamo $\boldsymbol{F}$, con il modulo F in corsivo semplice. Nelle figure è una freccia lunga in proporzione al modulo, secondo una scala dichiarata.

6.2 Misurare le forze

6.2.1 Il dinamometro

Per misurare una forza ne sfruttiamo l'effetto più facile da quantificare: la deformazione di una molla. Il **dinamometro** è un tubo che contiene una molla; un estremo della molla è fissato in alto, all'altro è collegato un gancio e un indice che scorre davanti a una scala graduata (Figura 6.1). Quando una forza tira il gancio, la molla si allunga e l'indice si sposta: tanto più è intensa la forza, tanto maggiore è l'allungamento. Come vedrai nel paragrafo sulla forza elastica, in una buona molla l'allungamento è direttamente proporzionale alla forza, perciò la scala ha tacche equidistanti.

Come ogni strumento del capitolo 3, il dinamometro va tarato e ha una portata e una sensibilità. Prima di ogni misura si controlla che, senza carico, l'indice segni zero: un errore di azzeramento è un tipico errore sistematico.

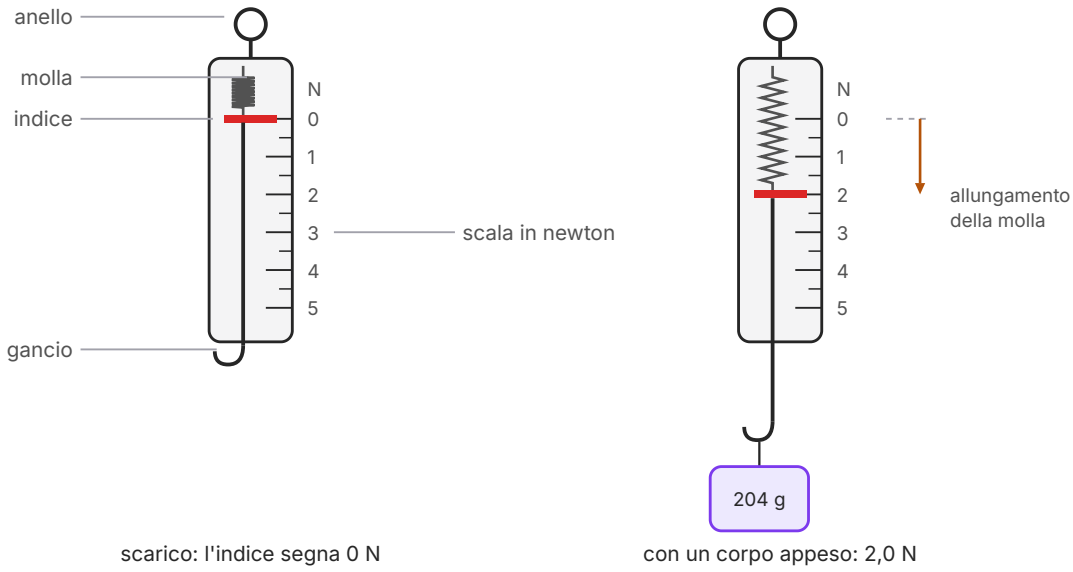


Figura 6.1 Schema di un dinamometro a molla. A sinistra lo strumento scarico, con l'indice sullo zero; a destra lo stesso strumento con un corpo di 204 g appeso: la molla si allunga e l'indice segna 2,0 N. Le tacche sono equidistanti perché l'allungamento è proporzionale alla forza.

6.2.2 Il newton

Nel Sistema Internazionale la forza si misura in **newton** (simbolo N), in onore di Isaac Newton. Per ora prendiamolo come un'unità con cui sono tarati i dinamometri; nel capitolo 13 vedrai che il newton è un'unità derivata, definita a partire da chilogrammo, metro e secondo (1 N = 1 $kg \cdot m/s^2$). Per farsene un'idea concreta: un newton è circa il peso di un corpo di 102 g, per esempio una mela piccola. Uno smartphone pesa un paio di newton, uno zaino pieno qualche decina, una persona adulta qualche centinaio, un'automobile più di 10 kN.

6.2.3 La forza risultante

Quasi sempre su un corpo agiscono più forze insieme. Poiché le forze sono vettori, il loro effetto complessivo si ottiene sommandole come vettori: la **forza risultante** $\boldsymbol{R}$ (o $\boldsymbol{F}_{\text{tot}}$) è la somma vettoriale di tutte le forze applicate al corpo,

$$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 + \boldsymbol{F}_3 + \dots$$

La risultante, applicata da sola, produrrebbe sul corpo lo stesso effetto dell'insieme delle forze. Si calcola con le regole del capitolo 5 (Figura 6.2): forze concordi si sommano; forze opposte si sottraggono, e la risultante ha il verso della più intensa; per forze perpendicolari il modulo si trova con il teorema di Pitagora; negli altri casi si usano le componenti o un disegno in scala.

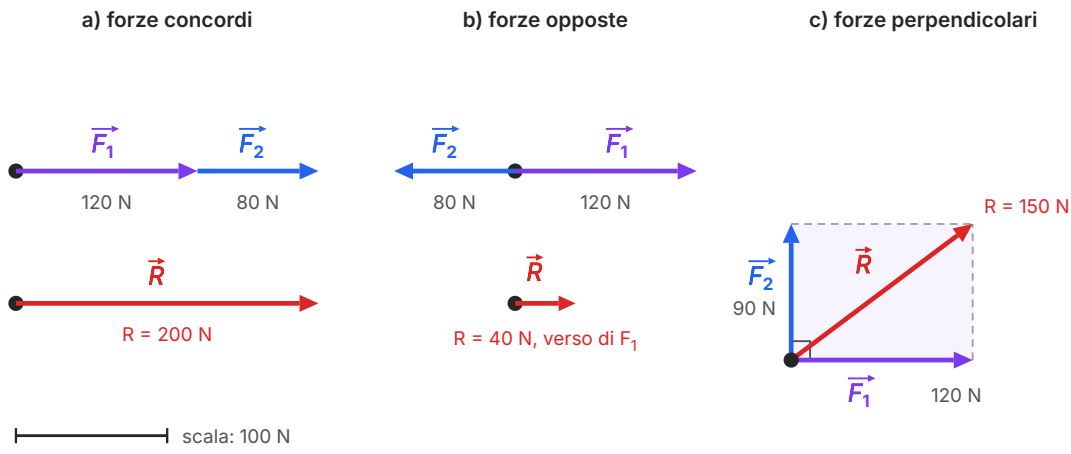


Figura 6.2 La risultante di due forze applicate allo stesso punto, disegnate in scala. a) Forze concordi: i moduli si sommano. b) Forze opposte: i moduli si sottraggono. c) Forze perpendicolari: la risultante è la diagonale del rettangolo e il suo modulo si ricava con il teorema di Pitagora (120, 90 e 150 stanno fra loro come 4, 3 e 5).

ESEMPIO SVOLTO

Tre ragazzi e una cassa

Problema. Tre ragazzi tirano con delle funi orizzontali una cassa appoggiata su un pavimento. a) Anna e Luca tirano verso est con forze di 120 N e 80 N, Marco tira verso ovest con 150 N: quanto vale la risultante delle tre forze? b) Poi Marco lascia la fune, Luca si sposta e tira verso nord con 90 N, mentre Anna continua a tirare verso est con 120 N: quanto vale ora la risultante, e qual è la sua direzione?

Soluzione. a) Fissiamo un asse orientato verso est. Le componenti delle forze sono +120 N, +80 N e −150 N; la risultante ha componente R_x = 120 N + 80 N − 150 N = +50 N. La risultante vale 50 N ed è diretta verso est.

b) Le due forze sono perpendicolari: con un asse x verso est e un asse y verso nord, R_x = 120 N e R_y = 90 N. Per il teorema di Pitagora

$$R = \sqrt{(R_x{}^2 + R_y{}^2)} = \sqrt{((120\ \text{N})^2 + (90\ \text{N})^2)} = \sqrt{(22\,500\ \text{N}^2)} = 150\ \text{N}.$$

La direzione è data dal rapporto R_y/R_x = 90/120 = 0,75: 3 parti verso nord ogni 4 verso est, come una retta di pendenza 0,75 (caso c della Figura 6.2).

Controllo. 150 N è minore della somma dei moduli (210 N) e maggiore di ciascuna forza, come deve essere per forze perpendicolari.

6.3 La forza-peso

6.3.1 Il peso è proporzionale alla massa

La forza che incontriamo più spesso è quella con cui la Terra attira ogni corpo verso di sé. La chiamiamo **forza-peso**, o semplicemente *peso*, $\boldsymbol{P}$. È una forza a distanza, di origine gravitazionale, diretta **verticalmente verso il basso**: è anzi il peso a definire la «verticale», la direzione di un filo a piombo.

Se appendiamo a un dinamometro corpi di massa diversa scopriamo che il peso è direttamente proporzionale alla massa: un corpo di 2 kg pesa il doppio di uno di 1 kg, uno di 3 kg il triplo. Il rapporto fra peso e massa è quindi una costante, che si indica con g:

$$P = m\,g$$

Sulla Terra g vale circa 9,8 N/kg: ogni chilogrammo di massa pesa 9,8 newton. Nel capitolo 11 incontrerai di nuovo questo numero, scritto come 9,8 $\mathrm{m/s^2}$: è l'accelerazione con cui cadono tutti i corpi quando la resistenza dell'aria è trascurabile, e per questo si chiama **accelerazione di gravità**. Che le due unità N/kg e $\mathrm{m/s^2}$ siano equivalenti lo capirai nel capitolo 13; per ora ti basta usare g come fattore che trasforma una massa in un peso.

Il valore di g varia un poco sulla Terra: circa 9,78 N/kg all'equatore, 9,83 N/kg ai poli, e diminuisce leggermente salendo di quota (a una decina di chilometri, dove volano gli aerei di linea, di circa lo 0,3%). Negli esercizi useremo sempre 9,8 N/kg. Sulla Luna, invece, g vale circa 1,62 N/kg, circa un sesto: il perché lo vedrai il prossimo anno, con la gravitazione.

6.3.2 Massa e peso non sono la stessa cosa

Nel capitolo 2 hai già visto che massa e peso non vanno confusi; ora possiamo dire esattamente in che cosa differiscono. La **massa** m è una proprietà del corpo, uno scalare in chilogrammi che non dipende dal luogo. Il **peso** P è una forza, un vettore in newton che dipende dal luogo: un astronauta di massa 80 kg pesa 80 kg × 9,8 N/kg ≈ 784 N a Roma e 80 kg × 1,62 N/kg ≈ 130 N sulla Luna, dove infatti salta con facilità anche con la tuta.

Anche gli strumenti sono diversi. Il dinamometro misura un peso: sulla Luna la sua molla si allungherebbe molto meno per lo stesso corpo. La **bilancia a due piatti** confronta il peso del corpo con quello di masse campione: i due pesi cambiano nello stesso rapporto, l'equilibrio si ottiene con le stesse masse in qualsiasi luogo, e la bilancia misura la massa. Una bilancia elettronica da cucina misura in realtà una forza, tarata per indicare la massa sulla Terra: sulla Luna sbaglierebbe.

ERRORE FREQUENTE

«Marco pesa 60 kg» è linguaggio quotidiano: in fisica Marco ha *massa* 60 kg e pesa $P = 60\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{N/kg} \approx 590\ \text{N}$. Non scrivere mai «$m = 590$ N» né «$P = 60$ kg»: le masse vanno in kg, i pesi in N, e si passa dalle une agli altri solo moltiplicando o dividendo per g.

COLLEGAMENTI

Le parole della fisica

Gravità viene dal latino *gravitas*, «pesantezza», a sua volta da *gravis*, «pesante». Per i Romani aveva anche un senso morale, la serietà, che vive ancora nell'italiano *grave*.

Massa viene dal latino *massa*, che i Romani avevano preso dal greco μᾶζα, la «pasta» d'orzo impastata: un ammasso di materia senza forma propria, da cui il senso di «quantità di materia».

Dinamometro unisce due parole greche: δύναμις, «forza, potenza», e μέτρον, «misura»: è lo strumento che misura le forze. In Aristotele, però, δύναμις è soprattutto la «potenza», la capacità di diventare qualcosa: il senso moderno è più tardo.

Attrito viene dal latino *attritus*, participio di *atterere*, «strofinare contro, logorare»: due superfici che si consumano sfregando.

6.4 La forza elastica e la legge di Hooke

6.4.1 Allungamento e forza sono proporzionali

Un corpo è *elastico* se, deformato, riprende la sua forma quando la forza cessa, come una molla d'acciaio. Allungata o compressa, la molla esercita sul corpo che la deforma una forza che tende a riportarla alla lunghezza di riposo: la **forza elastica**.

Nel laboratorio del capitolo 4 hai trovato che l'allungamento di una molla è direttamente proporzionale alla massa appesa; poiché il peso è proporzionale alla massa, l'allungamento è proporzionale alla forza che tira la molla. Ora possiamo scriverlo come legge delle forze. Chiamiamo **allungamento** Δx la differenza fra la lunghezza della molla deformata e la sua lunghezza a riposo. La **legge di Hooke** afferma che il modulo della forza elastica è direttamente proporzionale all'allungamento:

$$F = k\,\Delta x$$

La costante k è la **costante elastica** della molla, in N/m: misura quanto è rigida. Una molla «dura», come quella degli ammortizzatori di un'auto, ha un k grande; una molla «morbida», come quella di una penna a scatto, un k piccolo. Nel grafico della forza in funzione dell'allungamento la legge di Hooke è una retta per l'origine, e k è la sua **pendenza** (Figura 6.3).

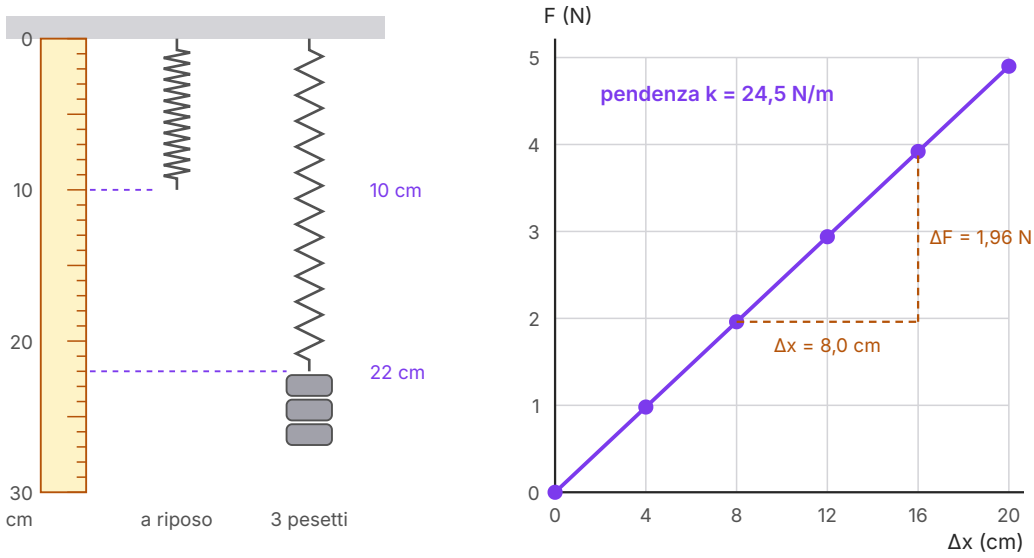


Figura 6.3 A sinistra una molla lunga 10,0 cm a riposo e la stessa molla con tre pesetti da 100 g (0,98 N ciascuno): ogni pesetto la allunga di 4,0 cm. A destra il grafico della forza in funzione dell'allungamento, con cinque pesetti: i punti stanno su una retta per l'origine, la cui pendenza è la costante elastica k = 1,96 N / 0,080 m = 24,5 N/m.

Se tiriamo troppo, la molla si deforma in modo permanente e, lasciata libera, non torna più alla lunghezza iniziale: abbiamo superato il **limite di elasticità**, oltre il quale la legge di Hooke non vale. La portata di un dinamometro resta ben al di sotto di questo limite.

6.4.2 Il segno meno della forma vettoriale

La legge $F = k\Delta x$ dà il modulo della forza, non il verso. Fissiamo un asse x lungo la molla, con l'origine nella posizione dell'estremo libero quando la molla è a riposo (Figura 6.4). Se la molla è allungata, Δx è positivo e la forza che la molla esercita sull'estremo punta verso l'origine, cioè nel verso negativo dell'asse; se la molla è compressa, Δx è negativo e la forza punta nel verso positivo. La forza ha sempre verso opposto alla deformazione:

$$F_x = -k\,\Delta x$$

Il segno meno non dice che la forza «è negativa», ma che è una **forza di richiamo**, diretta verso la lunghezza di riposo; il modulo resta $k|\Delta x|$.

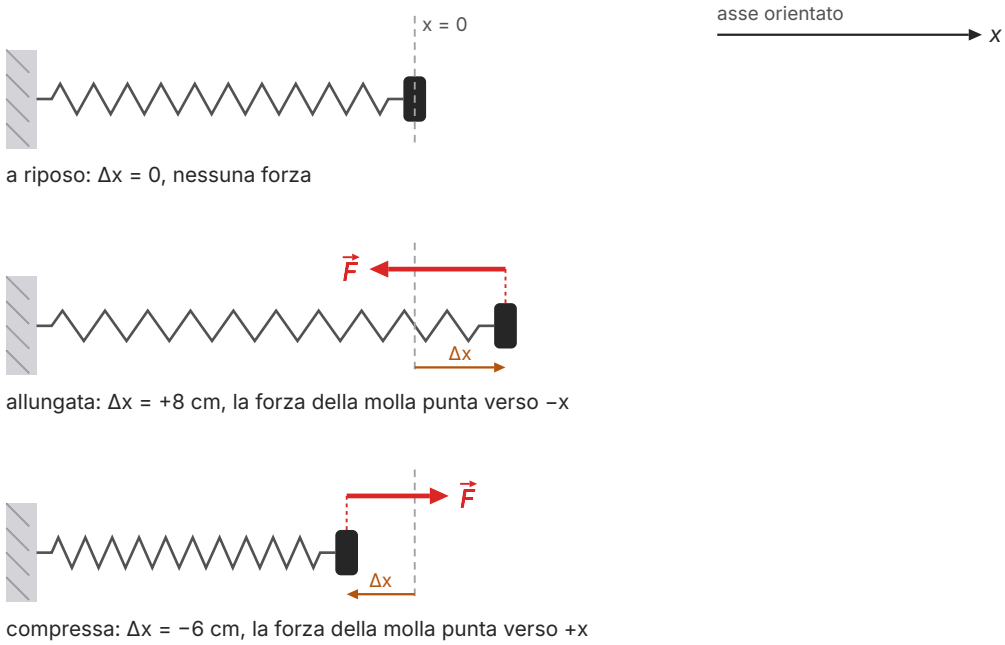


Figura 6.4 La forza elastica ha sempre verso opposto alla deformazione. Con l'asse *x* orientato verso destra e l'origine nell'estremo libero della molla a riposo: se la molla è allungata ($\Delta x > 0$) la forza sull'estremo punta verso sinistra, se è compressa ($\Delta x < 0$) punta verso destra. Il modulo della forza è proporzionale a $|\Delta x|$ (frecce in scala).

ESEMPIO SVOLTO

Leggere la costante elastica da un grafico

Problema. Il grafico della Figura 6.3 riporta le misure fatte con una molla. a) Ricava la costante elastica. b) Di quanto si allunga la molla se le appendi un corpo di 250 g? c) Quale massa la allunga di 12 cm?

Soluzione. a) La costante elastica è la pendenza della retta. Scegliamo due punti lontani della retta, non due misure vicine: l'origine e l'ultimo punto, (20,0 cm; 4,90 N). Allora

$$k = \frac{\Delta F}{\Delta x} = \frac{4{,}90\ \text{N}}{0{,}200\ \text{m}} = 24{,}5\ \text{N/m}.$$

b) Il corpo pesa $P = mg = 0{,}250\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{N/kg} = 2{,}45\ \text{N}$. Quando è fermo, la molla lo sostiene con una forza uguale al peso, quindi $\Delta x = F/k = 2{,}45\ \text{N} / 24{,}5\ \text{N/m} = 0{,}100\ \text{m} = 10{,}0\ \text{cm}$.

c) $F = k\Delta x = 24{,}5\ \text{N/m} \times 0{,}12\ \text{m} \approx 2{,}9\ \text{N}$; la massa che ha questo peso è $m = F/g = 2{,}94\ \text{N} / 9{,}8\ \text{N/kg} = 0{,}30\ \text{kg}$.

Controllo. Ogni pesetto da 100 g allunga la molla di 4,0 cm: 250 g la allungano di 10 cm, e 12 cm richiedono 300 g. Le previsioni sono affidabili perché restano entro l'intervallo misurato (fino a 4,9 N), dove la legge di Hooke è verificata.

APPROFONDIMENTO

L'anagramma di Hooke

L'inglese Robert Hooke, curatore degli esperimenti della Royal Society di Londra, studiò a lungo le molle, che gli servivano per orologi da tasca più precisi. Nel 1676, in fondo a un libro sugli strumenti per osservare il Sole, annunciò la sua scoperta con un anagramma, le lettere di una frase in ordine alfabetico: *ceiiinosssttuu*. Era un modo, allora diffuso, di rivendicare una scoperta senza rivelarla.

La soluzione arrivò nel 1678, nelle lezioni *De potentia restitutiva, or of Spring* («Della potenza di richiamo, ovvero della molla»), scritte in inglese: *Ut tensio sic vis*, «come l'allungamento, così la forza» (nel testo stampato, con la grafia del tempo, *Vt tensio sic vis*). Hooke la spiega subito: «La potenza di qualsiasi molla è nella stessa proporzione della sua tensione: cioè, se una potenza la allunga o la piega di uno spazio, due la piegheranno di due, e tre di tre, e così via» (traduzione della redazione). Nel suo linguaggio *tension* è l'allungamento e *power* la forza: è la legge di proporzionalità diretta che oggi porta il suo nome.

Nella stessa opera Hooke descrive una «bilancia filosofica» che pesa i corpi «senza mettervi pesi»: un dinamometro a molla. L'aveva pensata per scoprire se i corpi lontani dal centro della Terra perdano un po' del loro peso, e la provò in cima alla cattedrale di St Paul e all'abbazia di Westminster, senza riuscire, scrive, a percepire con certezza alcuna differenza. Aveva ragione a cercarla, ma salendo di qualche decina di metri il peso cambia di qualche parte su centomila: troppo poco per i suoi strumenti.

6.5 Le reazioni vincolari

6.5.1 Vincoli che rispondono

Un libro appoggiato su un tavolo non cade, eppure il suo peso continua ad agire: un'altra forza lo compensa, quella del tavolo. Il tavolo è un **vincolo**, un corpo che limita i movimenti possibili di un altro; la forza con cui un vincolo agisce sul corpo vincolato è una **reazione vincolare**. Sono vincoli anche il pavimento, una fune, il gancio di un quadro, i cardini di una porta.

A differenza del peso, le reazioni vincolari non hanno un valore fisso: **si adattano** alla situazione, entro la resistenza del vincolo. Il piano del tavolo si deforma impercettibilmente, come una molla cortissima e rigidissima, e reagisce con la forza che serve a impedire al libro di attraversarlo; se il carico è eccessivo, il tavolo si rompe.

6.5.2 La forza normale

Un piano che sostiene un corpo esercita una forza **perpendicolare** alla superficie di contatto, diretta verso il corpo: la **forza normale** $\boldsymbol{N}$ (*normale*, in geometria, significa «perpendicolare»).

Su un piano orizzontale è verticale verso l'alto; su un piano inclinato (capitolo 7) è perpendicolare al piano. Una superficie ruvida può esercitare anche una forza parallela a sé stessa, l'attrito.

Quanto vale la forza normale? Dipende dalle altre forze. Nel caso più semplice (Figura 6.5, a) un libro di 1,20 kg è fermo su un tavolo orizzontale e sul libro agiscono solo il peso e la forza normale. Poiché il libro è fermo, la risultante deve essere nulla, quindi $N = P = 1{,}20\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{N/kg} \approx 11{,}8\ \text{N}$. Ma se con la mano premiamo sul libro verso il basso con 8,0 N (b), il tavolo deve reggere anche la nostra spinta: $N = P + F \approx 19{,}8\ \text{N}$. Se invece tirassimo il libro verso l'alto con una cordicella senza sollevarlo, la forza normale diminuirebbe; si annullerebbe quando la nostra trazione uguagliasse il peso, e da lì in poi il libro si staccherebbe dal tavolo.

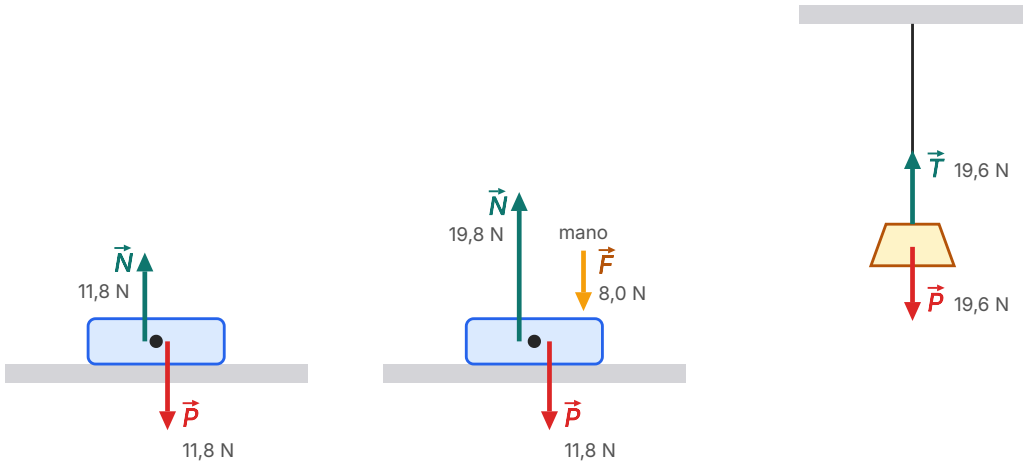


Figura 6.5 Diagrammi delle forze su tre corpi fermi, frecce in scala (in c a metà scala). a) Un libro di 1,20 kg sul tavolo: la forza normale equilibra il peso. b) Lo stesso libro premuto dalla mano con 8,0 N: la forza normale cresce a 19,8 N. c) Una lampada di 2,0 kg appesa a un filo: la tensione equilibra il peso. Le forze sono applicate al baricentro del corpo, segnato con un punto; in a e b sono disegnate leggermente affiancate solo per leggibilità.

ERRORE FREQUENTE

Si sente spesso dire che sul tavolo «la forza normale è uguale al peso perché è la sua reazione». Non è così. Nel caso del libro fermo N e P hanno lo stesso modulo **perché il libro è in equilibrio**: sono due forze diverse (una esercitata dal tavolo, l'altra dalla Terra) che agiscono sullo stesso corpo e la cui risultante è nulla. Basta premere sul libro, o metterlo in un ascensore che parte, perché N e P diventino diversi. Che cosa sia davvero la «reazione» al peso lo vedrai nel capitolo 13, con il terzo principio della dinamica.

6.5.3 La tensione di una fune

Una fune, un filo, una catena possono soltanto **tirare**, mai spingere. La forza che una fune tesa esercita su un corpo a cui è attaccata si chiama **tensione**, si indica con $\boldsymbol{T}$ ed è diretta lungo la fune, dal corpo verso la fune (Figura 6.5, c). Nei problemi useremo quasi sempre il modello del **filo ideale**: una fune **inestensibile** (non si allunga) e di **massa trascurabile**. Una fune ideale tesa trasmette la tensione da un estremo all'altro senza cambiarne il modulo: se tiri l'estremo di una corda con 50 N, la corda tira con 50 N il corpo legato all'altro estremo. È un'idealizzazione, come il punto materiale del capitolo 1, valida quando la massa della fune è piccola rispetto a quella dei corpi che collega.

Esistono anche vincoli più complessi. Una **cerniera**, come il cardine di una porta o il perno di un'altalena, tiene fermo un punto del corpo ma gli lascia la libertà di ruotare: la sua reazione può avere qualsiasi direzione, e per trovarla occorre conoscere le altre forze. Ne riparleremo nel capitolo 8, studiando il corpo rigido.

6.6 L'attrito

6.6.1 L'attrito radente statico

Spingi orizzontalmente una cassa pesante: con una spinta debole non succede nulla; aumenti la spinta, e la cassa resta ferma; a un certo punto, all'improvviso, parte. Mentre era ferma, la spinta era compensata da una forza del pavimento parallela alla superficie e di verso opposto: l'**attrito radente statico**, che impedisce alla cassa di strisciare (*radente*: fra superfici che strisciano, o tendono a strisciare, l'una sull'altra).

Come la forza normale, l'attrito statico si adatta: ha lo stesso modulo della forza applicata parallelamente alla superficie, ma solo fino a un valore massimo $F_{s,max}$, oltre il quale il corpo parte. Le misure mostrano che questo valore massimo è proporzionale alla **forza premente** $F_{\perp}$, cioè alla forza perpendicolare con cui il corpo preme sulla superficie (su un piano orizzontale, senza altre forze verticali, la forza premente è uguale al peso):

$$F_s \leq F_{s,max} = \mu_s F_{\perp}$$

Il numero puro μ_s è il **coefficiente di attrito statico**: dipende dai materiali delle due superfici e dal loro stato (lisce o ruvide, asciutte o bagnate, pulite o unte). Alcuni valori indicativi sono raccolti nella Tabella A.5 dell'Appendice: per la gomma di uno pneumatico su asfalto asciutto è circa 0,9, per l'acciaio sul ghiaccio appena 0,03.

DA RICORDARE

La relazione dell'attrito statico è una **disuguaglianza**. Finché il corpo è fermo, l'attrito statico è uguale alla forza che tende a farlo strisciare, qualunque essa sia, purché non superi $\mu_s F_\perp$. Il prodotto $\mu_s F_\perp$ non è «l'attrito statico», ma il suo valore **massimo**: lo raggiunge solo nell'istante in cui il corpo sta per mettersi in moto.

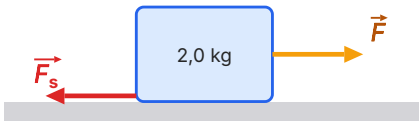
6.6.2 L'attrito radente dinamico

Quando il corpo striscia, la superficie gli oppone una forza parallela a sé e opposta alla velocità, l'**attrito radente dinamico**, quasi indipendente dalla velocità e anch'esso proporzionale alla forza premente:

$$F_d = \mu_d F_\perp$$

Il **coefficiente di attrito dinamico** μ_d è di solito **minore** di μ_s per le stesse superfici: è più faticoso smuovere un corpo che mantenerlo in movimento, e lo si sente bene spingendo un armadio. Il grafico della Figura 6.6 riassume tutto il comportamento: finché il corpo è fermo, l'attrito cresce insieme alla forza applicata; superato $F_{s,max}$ il corpo parte e l'attrito scende al valore costante F_d.

Un fatto sorprendente, osservato già nel Rinascimento, è che l'attrito radente dipende pochissimo dall'**area** di contatto: un mattone si trascina con quasi la stessa forza appoggiato sulla faccia grande o su quella piccola. Al microscopio le superfici sono piene di asperità e si toccano davvero solo in piccole zone; con un'area apparente più grande ogni zona è premuta di meno, e i due effetti si compensano. Sono comunque leggi approssimate, valide per superfici asciutte.



La forza applicata F e l'attrito statico F_s hanno lo stesso modulo finché il blocco resta fermo (qui F = 4,0 N).

$F_\perp$ = 19,6 N; μ_s = 0,50; μ_d = 0,35

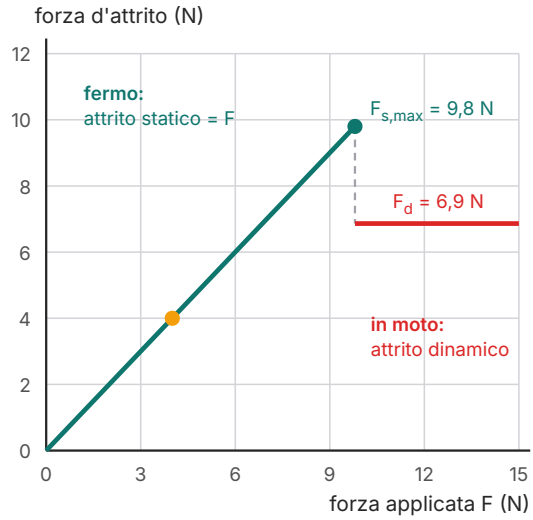


Figura 6.6 Un blocco di 2,0 kg su un tavolo ($F_\perp$ = 19,6 N, μ_s = 0,50, μ_d = 0,35) è tirato da una forza orizzontale F crescente. Finché il blocco è fermo l'attrito statico è uguale a F (tratto in salita); quando F supera $F_{s,max}$ = 9,8 N il blocco parte e l'attrito scende al valore dinamico F_d = 6,9 N, che resta costante. Il punto arancione corrisponde alla situazione disegnata a sinistra, con F = 4,0 N.

ESEMPIO SVOLTO

La cassa si muove?

Problema. Una cassa di 40 kg è ferma su un pavimento orizzontale; fra cassa e pavimento μ_s = 0,50 e μ_d = 0,35. a) Si spinge la cassa orizzontalmente con 150 N: si muove? Quanto vale l'attrito? b) E con una spinta di 220 N? c) Una volta in moto, con quale spinta la cassa procede a velocità costante?

Soluzione. Sulla cassa agiscono il peso, la forza normale, la spinta e l'attrito. In verticale non ci sono altre forze, quindi la forza premente è uguale al peso: $F_\perp = mg$ = 40 kg × 9,8 N/kg = 392 N. L'attrito statico massimo è $F_{s,max} = \mu_s F_\perp$ = 0,50 × 392 N = 196 N.

a) 150 N < 196 N: la cassa resta ferma. L'attrito statico è uguale alla spinta, 150 N, con verso opposto; **non** vale 196 N.

b) 220 N > 196 N: la cassa parte. Mentre striscia l'attrito è dinamico: $F_d = \mu_d F_\perp$ = 0,35 × 392 N ≈ 137 N, e la risultante orizzontale, 220 N − 137 N ≈ 83 N in avanti, la fa accelerare (capitolo 13).

c) A velocità costante la risultante è nulla (capitolo 13): la spinta uguaglia l'attrito dinamico, circa 137 N, meno dei 196 N serviti per smuoverla.

Controllo. $F_d < F_{s,max}$, come atteso con $\mu_d < \mu_s$; l'area d'appoggio non serve, e infatti non è data.

6.6.3 Attrito volvente e attrito viscoso

Una ruota che rotola senza strisciare incontra una resistenza molto minore dell'attrito radente, l'*attrito volvente*, dovuto alle piccole deformazioni di ruota e terreno: per questo un carico si trasporta su ruote e nelle macchine si usano cuscinetti a sfere. Un corpo che si muove in un fluido subisce invece un *attrito viscoso*, che cresce con la velocità: la resistenza dell'aria su un ciclista è trascurabile a passo d'uomo e diventa la forza principale a 50 km/h. Ne riparleremo nel capitolo 14, con il paracadute.

COLLEGAMENTI

Attrito utile, attrito dannoso

Nei motori l'attrito consuma energia e logora i pezzi, e lo si combatte con lubrificanti e cuscinetti. Ma senza attrito non potremmo camminare: quando spingi il piede all'indietro sul terreno, è l'attrito *statico* fra suola e pavimento a impedirgli di scivolare. Sul ghiaccio, dove il coefficiente è piccolissimo, si cade.

Lo stesso vale per un'auto. Finché le ruote rotolano senza slittare, il punto dello pneumatico che tocca l'asfalto è istante per istante fermo rispetto alla strada: l'attrito che permette di partire, frenare e curvare è statico. Se in una frenata brusca le ruote si bloccano, lo pneumatico striscia, l'attrito diventa dinamico, che è minore, l'auto si ferma in uno spazio più lungo e non si può più sterzare: l'ABS serve a evitarlo. Sul bagnato entrambi i coefficienti diminuiscono (Tabella A.5): per questo con la pioggia si aumenta la distanza di sicurezza.

COLLEGAMENTI

In laboratorio: il coefficiente di attrito con un dinamometro

Materiali. Un blocchetto di legno di 0,200 kg con un gancio; alcune masse da 200 g da appoggiarvi sopra; un dinamometro con portata 5 N e sensibilità 0,1 N; un piano di legno orizzontale; una bilancia elettronica per controllare le masse.

Procedimento. Aggancia il dinamometro al blocchetto e tiralo parallelamente al piano, aumentando la forza lentamente. Leggi il valore massimo prima che il blocchetto parta: è $F_{s,max}$. Poi trascina il blocchetto a velocità costante, il più lentamente e regolarmente possibile, e leggi la forza: è F_d. Ripeti ogni misura tre volte e annota la media, poi aggiungi una massa sul blocchetto e ricomincia. Poiché il piano è orizzontale, la forza premente è il peso totale, $F_\perp = mg$.

Tabella 6.1 Misure di un gruppo di studenti (medie di tre prove; incertezza delle forze ± 0,1 N).

massa totale m (kg)	$F_\perp$ (N)	$F_{s,max}$ (N)	F_d (N)	$F_{s,max}/F_\perp$	$F_d/F_\perp$
0,200	1,96	0,8	0,6	0,41	0,31
0,400	3,92	1,7	1,2	0,43	0,31
0,600	5,88	2,4	1,8	0,41	0,31
0,800	7,84	3,3	2,3	0,42	0,29
1,000	9,80	4,1	2,9	0,42	0,30

Che cosa concludere. In un grafico di $F_{s,max}$ in funzione di $F_\perp$ i punti stanno, entro le barre d'errore, su una retta per l'origine: l'attrito statico massimo è proporzionale alla forza premente, e lo stesso vale per l'attrito dinamico. La pendenza della retta è il coefficiente d'attrito. Le rette per l'origine compatibili con tutte le barre d'errore hanno pendenze comprese fra 0,41 e 0,43 per l'attrito statico e fra 0,29 e 0,31 per quello dinamico: $\mu_s = 0{,}42 \pm 0{,}01$ e $\mu_d = 0{,}30 \pm 0{,}01$. I rapporti dei primi punti oscillano di più: con forze piccole l'incertezza di 0,1 N pesa di più in percentuale.

Per la relazione. Segui lo schema del capitolo 4: tabella con le incertezze, i due grafici con le barre d'errore e le rette di massima e minima pendenza, i coefficienti con la loro incertezza. Discuti gli errori sistematici: dinamometro non parallelo al piano, lettura del massimo che sfugge all'occhio, velocità non costante, polvere sul piano.

IN SINTESI

Le forze di questo capitolo

$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 + \ldots$ — la forza risultante è la somma vettoriale di tutte le forze applicate a un corpo; si misura in newton (N).

$P = mg$ — il peso (in N) è proporzionale alla massa (in kg); sulla Terra $g \approx 9{,}8$ N/kg, sulla Luna circa 1,62 N/kg. Il peso è verticale e verso il basso.

$F = k\Delta x$ — legge di Hooke: la forza elastica è proporzionale all'allungamento, entro il limite di elasticità; k in N/m. In forma vettoriale $F_x = -k\Delta x$: la forza ha verso opposto alla deformazione.

$F_s \leq \mu_s F_\perp$ — l'attrito statico vale quanto serve a tenere fermo il corpo, fino a un massimo proporzionale alla forza premente.

$F_d = \mu_d F_\perp$ — l'attrito dinamico è opposto al moto e proporzionale alla forza premente; di solito $\mu_d < \mu_s$. I coefficienti sono numeri puri.

SINTESI

- Una forza è l'azione di un corpo su un altro, capace di deformarlo o di cambiarne lo stato di moto; è sempre esercitata da un corpo su un altro.
- Le forze possono essere di contatto o a distanza; tutte derivano da quattro interazioni fondamentali: gravitazionale, elettromagnetica, nucleare forte e nucleare debole.
- La forza è un vettore: ha modulo, direzione, verso e punto di applicazione. Si misura in newton (N) con il dinamometro, che sfrutta l'allungamento di una molla.
- La forza risultante è la somma vettoriale delle forze applicate a un corpo e si calcola con le regole dei vettori.
- Il peso è la forza con cui la Terra attira un corpo: $P = mg$, con $g \approx 9{,}8$ N/kg sulla Terra e circa 1,62 N/kg sulla Luna; g varia un poco con la latitudine e la quota.
- La massa (kg) è una proprietà del corpo e non dipende dal luogo; il peso (N) è una forza e dipende dal luogo. La bilancia a due piatti confronta masse, il dinamometro misura pesi.
- Legge di Hooke: $F = k\Delta x$; la forza elastica è una forza di richiamo, opposta alla deformazione, e vale solo entro il limite di elasticità.
- Le reazioni vincolari si adattano alle altre forze: la forza normale è perpendicolare alla superficie, la tensione di un filo ideale è diretta lungo il filo e ha lo stesso modulo in ogni punto.
- Su un piano orizzontale la forza normale è uguale al peso solo se il corpo è in equilibrio e non ci sono altre forze verticali.
- L'attrito statico impedisce lo strisciamento e vale al massimo $\mu_s F_\perp$; l'attrito dinamico vale $\mu_d F_\perp$, di solito con $\mu_d < \mu_s$; entrambi dipendono poco dall'area di contatto.
- L'attrito volvente è molto minore di quello radente; l'attrito viscoso dei fluidi cresce con la velocità.

ESERCIZI

Comprendere e ricordare

1. ● Nel Sistema Internazionale la forza si misura in:
   A. kg
   B. N
   C. kg/m
   D. N/kg

2. ● Un corpo di massa 5,0 kg, sulla Terra, ha un peso di circa:

   A. 5,0 N
   B. 0,51 N
   C. 49 N
   D. 5,0 kg

3. ● Quale di queste grandezze resta la stessa se un oggetto viene portato dalla Terra alla Luna?

   A. il suo peso
   B. l'allungamento che produce in una molla a cui è appeso
   C. la lettura di un dinamometro a cui è appeso
   D. la sua massa

4. ●● Una molla con costante elastica $k = 200$ N/m è allungata di 5,0 cm. Il modulo della forza elastica è:

   A. 10 N
   B. 1000 N
   C. 40 N
   D. 0,25 N

5. ● La forza normale che un piano esercita su un corpo appoggiato è sempre:

   A. verticale
   B. perpendicolare alla superficie di contatto
   C. uguale al peso del corpo
   D. diretta verso il basso

6. ●● Due forze di 6,0 N e 8,0 N sono applicate allo stesso punto e sono perpendicolari. La risultante vale:

   A. 14 N
   B. 2,0 N
   C. 10 N
   D. 48 N

7. ●● Una cassa ferma sul pavimento è spinta orizzontalmente con una forza di 30 N e non si muove. L'attrito statico sulla cassa:

   A. è nullo
   B. vale certamente $\mu_s F_\perp$
   C. è maggiore di 30 N
   D. vale 30 N

8. ● Per le stesse due superfici, il coefficiente di attrito dinamico rispetto a quello statico di solito è:
   A. minore
   B. maggiore
   C. uguale
   D. nullo

Vero o falso

9. ● Massa e peso di un corpo si misurano con la stessa unità. V / F

10. ● Un filo ideale teso trasmette la tensione da un estremo all'altro senza cambiarne il modulo. V / F

11. ●● Per un libro fermo su un tavolo orizzontale la forza normale è uguale al peso perché è la sua reazione. V / F

12. ●● A parità di materiali e di forza premente, l'attrito radente dinamico su una scatola è circa lo stesso sia che la scatola poggi sulla faccia grande sia che poggi su quella piccola. V / F

13. ● Una molla allungata oltre il limite di elasticità, quando viene lasciata, non torna più alla sua lunghezza di riposo. V / F

Applicare

14. ● Calcola il peso di uno zaino di massa 7,0 kg sulla Terra e quello che avrebbe sulla Luna.

15. ● Un sacchetto di arance appeso a un dinamometro gli fa segnare 3,4 N. Qual è la massa delle arance?

16. ● Una molla ha costante elastica 40 N/m. Di quanti centimetri si allunga se la si tira con una forza di 2,0 N?

17. ●● Una molla è lunga 12,0 cm a riposo e 15,0 cm quando è tirata con una forza di 1,5 N. Calcola la costante elastica e la lunghezza della molla quando è tirata con 4,0 N (entro il limite di elasticità).

18. ●● Leggi il grafico della Figura 6.6. Quanto valgono l'attrito statico massimo e l'attrito dinamico? Sapendo che la forza premente è 19,6 N, ricava i due coefficienti di attrito. Quanto vale l'attrito se il blocco, fermo, è tirato con 7,0 N?

19. ● Completa: una forza di 1 N è circa il peso di un corpo di massa _____ g; un corpo di massa 1 kg sulla Terra pesa circa _____ N; un newton si legge sul _____, uno strumento che contiene una molla.

20. ●● Su un anello agiscono tre forze lungo la stessa retta orizzontale: 25 N verso destra, 40 N verso destra e 50 N verso sinistra. Calcola la risultante. Quale quarta forza bisogna applicare all'anello perché la risultante sia nulla?

Problemi

21. ●● Una cassa di 25 kg è appoggiata sul pavimento; fra cassa e pavimento $\mu_s = 0{,}40$ e $\mu_d = 0{,}30$. a) Qual è la spinta orizzontale minima per smuoverla? b) Con quale spinta orizzontale si mantiene in moto a velocità costante? c) Se la si spinge con 80 N, che cosa succede e quanto vale l'attrito?

22. ●● Un lampadario di 3,2 kg è appeso al soffitto con una catena di massa trascurabile. a) Disegna le forze che agiscono sul lampadario e calcola la tensione della catena. b) La catena regge al massimo una tensione di 150 N: qual è la massa massima che può sostenere?

23. ●● Un libro di 1,20 kg è fermo su un tavolo orizzontale. Calcola la forza normale a) quando nessun altro lo tocca; b) quando una mano lo preme verso il basso con 8,0 N; c) quando una cordicella verticale lo tira verso l'alto con 5,0 N senza sollevarlo. d) Con quale trazione verso l'alto la forza normale si annulla?

24. ●●● Un blocco di ferro (densità 7870 kg/m^3) ha la forma di un parallelepipedo di 10,0 cm × 8,0 cm × 5,0 cm ed è appoggiato su un piano orizzontale; per le due superfici $\mu_s = 0{,}60$ e $\mu_d = 0{,}45$. a) Calcola la massa e il peso del blocco. b) Calcola l'attrito statico massimo e l'attrito dinamico. c) Se il blocco viene appoggiato su un'altra faccia, i risultati di b) cambiano? Perché?

25. ●●● Una slitta di 20 kg è trascinata sulla neve orizzontale con una fune che forma un angolo di 30° con l'orizzontale e tira con 50 N; fra slitta e neve $\mu_d = 0{,}10$. a) Usando il triangolo rettangolo notevole 30°-60°-90°, scomponi la forza della fune in una componente orizzontale e una verticale. b) Calcola la forza premente e l'attrito dinamico. c) Calcola la risultante delle forze orizzontali. d) Confronta l'attrito con quello che si avrebbe tirando la fune in orizzontale: perché conviene tirare un po' verso l'alto?

26. ●●● Si vuole costruire un dinamometro con una molla di costante elastica 250 N/m; lungo il tubo c'è spazio per un allungamento massimo di 10,0 cm. a) Qual è la portata dello strumento? b) Se la scala è divisa in millimetri, quale forza corrisponde a una divisione? c) Qual è la massa massima che si può pesare con questo dinamometro sulla Terra? E sulla Luna?

Ragionare e argomentare

27. ●● Robert Hooke scrisse nel 1678: «La potenza di qualsiasi molla è nella stessa proporzione della sua tensione: cioè, se una potenza la allunga o la piega di uno spazio, due la piegheranno di due, e tre di tre» (traduzione della redazione). Che cosa afferma, nel linguaggio di oggi? È sempre vero? Descrivi come lo verificheresti in laboratorio.

28. ●● Trova gli errori in questo ragionamento: «Marta pesa 55 kg. Sulla Luna la gravità è 1,62, quindi Marta sulla Luna peserebbe 55 × 1,62 ≈ 89 kg: peserebbe di più».

29. ●●● Progetta un esperimento per verificare se l'attrito radente dipende dall'area di contatto, usando un mattone, un dinamometro e un piano orizzontale. Quali grandezze misuri, quali tieni fisse, quante prove fai e come decidi se i risultati sono diversi?

PER APPROFONDIRE

- [FEY] R.P. Feynman, R.B. Leighton, M. Sands, *La fisica di Feynman*, vol. I: il capitolo sulle caratteristiche delle forze, dall'attrito alle forze elastiche, con i limiti delle leggi empiriche.
- [HRW] D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, *Fondamenti di fisica*: le pagine sul peso, sulla forza normale, sulla tensione e sull'attrito, con molti esercizi.
- [EIN] A. Einstein, L. Infeld, *L'evoluzione della fisica*: come il concetto di forza è nato dall'esperienza quotidiana di spingere e tirare.

Glossario del capitolo

Accelerazione di gravità
La costante g che lega peso e massa; sulla Terra vale circa 9,8 N/kg (o m/s^2), sulla Luna circa 1,62.

Attrito radente dinamico
Forza parallela alla superficie, opposta al moto, che agisce su un corpo che striscia; vale $\mu_d F_\perp$.

Attrito radente statico
Forza parallela alla superficie che impedisce a un corpo fermo di strisciare; vale al massimo $\mu_s F_\perp$.

Costante elastica
Costante k della legge di Hooke, in N/m; misura la rigidità di una molla.

Dinamometro
Strumento che misura le forze attraverso l'allungamento di una molla tarata.

Filo ideale
Modello di fune inestensibile e di massa trascurabile, che trasmette la tensione senza cambiarne il modulo.

Forza
Azione di un corpo su un altro corpo capace di deformarlo o di cambiarne lo stato di moto; è un vettore e si misura in newton.

Forza a distanza
Forza che agisce anche fra corpi lontani, come il peso o la forza fra due calamite.

Forza di contatto
Forza che agisce solo fra corpi che si toccano, come una spinta, la tensione di una fune o l'attrito.

Forza elastica
Forza di richiamo esercitata da un corpo elastico deformato, diretta in verso opposto alla deformazione.

Forza normale
Reazione vincolare di una superficie, perpendicolare alla superficie e diretta verso il corpo appoggiato.

Forza premente
Forza perpendicolare con cui un corpo preme su una superficie; su un piano orizzontale, senza altre forze verticali, è uguale al peso.

Forza risultante
Somma vettoriale di tutte le forze applicate a un corpo; produce da sola lo stesso effetto dell'insieme delle forze.

Forza-peso
Forza con cui la Terra attira un corpo: verticale, verso il basso, di modulo $P = mg$.

Interazioni fondamentali
Le quattro interazioni a cui si riconducono tutte le forze: gravitazionale, elettromagnetica, nucleare forte e nucleare debole.

Legge di Hooke
Entro il limite di elasticità il modulo della forza elastica è proporzionale all'allungamento: $F = k\Delta x$.

Limite di elasticità
Deformazione massima oltre la quale un corpo elastico non torna più alla forma iniziale e la legge di Hooke non vale.

Newton
Unità di misura SI della forza (N); è circa il peso di un corpo di 102 g.

Reazione vincolare
Forza con cui un vincolo agisce sul corpo vincolato; si adatta alle altre forze entro la resistenza del vincolo.

Tensione
Forza esercitata da una fune tesa sul corpo a cui è attaccata, diretta lungo la fune.

Soluzioni

1. B. Il newton (N) è l'unità SI della forza; kg è l'unità della massa, N/kg quella di g.

2. C. $P = mg = 5{,}0\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{N/kg} = 49\ \text{N}$.

3. D. La massa è una proprietà del corpo; il peso, e quindi la lettura del dinamometro e l'allungamento della molla, cambia con g.

4. A. $F = k\Delta x = 200\ \text{N/m} \times 0{,}050\ \text{m} = 10\ \text{N}$ (attenzione a convertire i centimetri in metri).

5. B. «Normale» significa perpendicolare; è verticale solo su un piano orizzontale e uguale al peso solo in casi particolari.

6. C. $R = \sqrt{((6{,}0\ \text{N})^2 + (8{,}0\ \text{N})^2)} = \sqrt{(100\ \text{N}^2)} = 10\ \text{N}$.

7. D. Finché la cassa è ferma l'attrito statico è uguale alla forza applicata, 30 N; $\mu_s F_\perp$ è solo il suo valore massimo.

8. A. Di solito $\mu_d < \mu_s$: è più facile mantenere in moto un corpo che smuoverlo.

9. F. La massa si misura in kg, il peso, che è una forza, in N.

10. V. È la proprietà che definisce il modello del filo ideale (inestensibile e di massa trascurabile).

11. F. N e P hanno lo stesso modulo perché il libro è in equilibrio e sono le uniche forze verticali; agiscono sullo stesso corpo, quindi non sono una coppia di azione e reazione.

12. V. L'attrito radente dipende, in buona approssimazione, solo dai materiali e dalla forza premente, non dall'area di contatto.

13. V. Oltre il limite di elasticità la deformazione diventa permanente.

14. Sulla Terra $P = 7{,}0\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{N/kg} \approx 69\ \text{N}$ (68,6 N); sulla Luna $P = 7{,}0\ \text{kg} \times 1{,}62\ \text{N/kg} \approx 11\ \text{N}$.

15. $m = P/g = 3{,}4\ \text{N} / 9{,}8\ \text{N/kg} \approx 0{,}35\ \text{kg}$.

16. $\Delta x = F/k = 2{,}0\ \text{N} / 40\ \text{N/m} = 0{,}050\ \text{m} = 5{,}0\ \text{cm}$.

17. $\Delta x = 15{,}0\ \text{cm} - 12{,}0\ \text{cm} = 3{,}0\ \text{cm} = 0{,}030\ \text{m}$; $k = 1{,}5\ \text{N} / 0{,}030\ \text{m} = 50\ \text{N/m}$. Con 4,0 N: $\Delta x = 4{,}0\ \text{N} / 50\ \text{N/m} = 0{,}080\ \text{m} = 8{,}0\ \text{cm}$, quindi la molla è lunga 12,0 cm + 8,0 cm = 20,0 cm.

18. Dal grafico $F_{s,max} = 9{,}8\ \text{N}$ e $F_d = 6{,}9\ \text{N}$. $\mu_s = 9{,}8\ \text{N} / 19{,}6\ \text{N} = 0{,}50$; $\mu_d = 6{,}9\ \text{N} / 19{,}6\ \text{N} \approx 0{,}35$. Con 7,0 N il blocco resta fermo (7,0 N < 9,8 N) e l'attrito statico vale 7,0 N.

19. 102 g (circa 100 g); 9,8 N; dinamometro.

20. Asse verso destra: $R_x = 25\ \text{N} + 40\ \text{N} - 50\ \text{N} = +15\ \text{N}$, cioè 15 N verso destra. Serve una quarta forza di 15 N verso sinistra.

21. $F_\perp = mg = 25\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{N/kg} = 245\ \text{N}$. a) $F_{s,max} = 0{,}40 \times 245\ \text{N} = 98\ \text{N}$: bisogna superare 98 N. b) $F_d = 0{,}30 \times 245\ \text{N} \approx 74\ \text{N}$ (73,5 N): a velocità costante la spinta uguaglia l'attrito dinamico, circa 74 N. c) 80 N < 98 N: la cassa resta ferma e l'attrito statico vale 80 N, opposto alla spinta.

22. a) Sul lampadario agiscono il peso, verticale verso il basso, e la tensione della catena, verticale verso l'alto. Il lampadario è fermo, quindi $T = P = 3{,}2\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{N/kg} \approx 31\ \text{N}$. b) $m_{max} = 150\ \text{N} / 9{,}8\ \text{N/kg} \approx 15\ \text{kg}$.

23. $P = 1{,}20\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{N/kg} \approx 11{,}8\ \text{N}$. Il libro è fermo: la risultante delle forze verticali è nulla. a) $N = P \approx 11{,}8\ \text{N}$. b) $N = P + 8{,}0\ \text{N} \approx 19{,}8\ \text{N}$. c) $N + 5{,}0\ \text{N} = P$, quindi $N \approx 6{,}8\ \text{N}$. d) $N = 0$ quando la trazione è uguale al peso, 11,8 N.

24. a) $V = 10{,}0\ \text{cm} \times 8{,}0\ \text{cm} \times 5{,}0\ \text{cm} = 400\ \text{cm}^3 = 4{,}00 \times 10^{-4}\ \text{m}^3$; $m = dV = 7870\ \text{kg/m}^3 \times 4{,}00 \times 10^{-4}\ \text{m}^3 \approx 3{,}1\ \text{kg}$ (3,148 kg); $P = 3{,}148\ \text{kg} \times 9{,}8\ \text{N/kg} \approx 31\ \text{N}$ (30,9 N). b) $F_{s,max} = 0{,}60 \times 30{,}9\ \text{N} \approx 19\ \text{N}$; $F_d = 0{,}45 \times 30{,}9\ \text{N} \approx 14\ \text{N}$. c) No: la forza premente resta il peso e l'attrito radente, in buona approssimazione, non dipende dall'area di contatto.

25. a) Nel triangolo 30°-60°-90° il cateto opposto all'angolo di 30° è metà dell'ipotenusa, l'altro è (√3/2)

volte l'ipotenusa. La componente verticale (opposta all'angolo di 30° con l'orizzontale) vale 50 N / 2 = 25 N, quella orizzontale 50 N × √3/2 ≈ 43 N (43,3 N). b) In verticale la slitta è in equilibrio: $N + 25\ \text{N} = mg = 196\ \text{N}$, quindi $F_{\perp} = N = 171\ \text{N}$; $F_{\text{d}} = 0{,}10 \times 171\ \text{N} \approx 17\ \text{N}$. c) $R_{\text{x}} = 43{,}3\ \text{N} - 17{,}1\ \text{N} \approx 26\ \text{N}$ nel verso del moto. d) Con la fune orizzontale $F_{\perp} = 196\ \text{N}$ e $F_{\text{d}} \approx 20\ \text{N}$: tirando verso l'alto la fune «alleggerisce» la slitta, riduce la forza premente e quindi l'attrito.

26. a) $F_{\text{max}} = k\Delta x_{\text{max}} = 250\ \text{N/m} \times 0{,}100\ \text{m} = 25\ \text{N}$. b) Una divisione è 1 mm = 0,001 m: 250 N/m × 0,001 m = 0,25 N, che è la sensibilità dello strumento. c) Sulla Terra $m = 25\ \text{N} / 9{,}8\ \text{N/kg} \approx 2{,}6\ \text{kg}$; sulla Luna lo stesso allungamento massimo corrisponde a una massa di 25 N / 1,62 N/kg ≈ 15 kg. Il dinamometro misura il peso, non la massa.

27. Traccia di risposta. Hooke afferma che la forza elastica è direttamente proporzionale all'allungamento (o alla flessione): raddoppiando la forza raddoppia la deformazione, cioè $F = k\Delta x$. Non vale sempre: solo entro il limite di elasticità, oltre il quale la deformazione diventa permanente e la proporzionalità si perde. Per verificarlo si appendono alla molla masse note crescenti, si misurano gli allungamenti con un righello, si costruisce il grafico forza-allungamento con le barre d'errore e si controlla che i punti stiano su una retta per l'origine (capitolo 4); scaricando la molla si controlla che torni alla lunghezza iniziale.

28. Tre errori. 1) «Pesa 55 kg» confonde massa e peso: Marta ha massa 55 kg e sulla Terra pesa circa 55 kg × 9,8 N/kg ≈ 540 N. 2) Sulla Luna g vale 1,62 N/kg, con la sua unità; il prodotto 55 kg × 1,62 N/kg ≈ 89 N è un peso in newton, non in kg. 3) La conclusione è rovesciata: 89 N è circa un sesto di 540 N, quindi sulla Luna Marta pesa molto **meno**, mentre la sua massa resta 55 kg.

29. Traccia di risposta. Si tiene fisso tutto tranne la faccia d'appoggio: stesso mattone (quindi stessa forza premente), stesso piano, stesso dinamometro tenuto parallelo al piano. Si misura l'attrito dinamico trascinando il mattone a velocità costante (ed eventualmente l'attrito statico massimo) appoggiandolo successivamente sulle tre facce di area diversa, con almeno 5 prove per faccia. Per ogni faccia si calcolano il valore medio e la semidispersione (capitolo 3) e si controlla se i tre risultati sono compatibili: se gli intervalli si sovrappongono, l'esperimento non rivela una dipendenza dall'area. Per escludere un effetto della posizione sul piano conviene alternare le facce invece di fare tutte le prove di una faccia di seguito.